JULES VUILLEMIN, MATHÉMATIQUES PYTHAGORICIENNES ET PLATONICIENNES
FICHE DE LECTURE

DIDIER LESESVRE

1. INTRODUCTION

Les *Mathématiques Pythagoriciennes et Platoniciennes* de Jules Vuillemin (1920 – 2001) sont un recueil d'études, cours donnés au Collège de France, articles de revues et autres réflexions inédites de l'auteur, compilées dans un élan ordonné oscillant entre mathématiques grecques et philosophie platonicienne.

Dernier ouvrage de Vuillemin, il reste fidèle à sa volonté d'exploiter pleinement les outils, méthodes et idées mathématiques pour mettre en évidence un dialogue entre sciences et philosophie. Les cinq études proposées portent sur les rapports, tout du moins la forte proximité, entre les pratiques mathématiques de l'école pythagoricienne et les positions philosophiques platoniciennes. Le parallèle se tient jusque dans les moindres détails, que Vuillemin ne manque pas d'étudier, entre conceptions du monde et conceptions des nombres, catégorisation des concepts et catégorisation des ensembles de nombres, recherches philosophiques et algorithmes d'approximation mathématiques.

Les études s'attachent toutes à reconstruire précisément algorithmes d'approximation et constructions de nombres dans le respect des pratiques et des conceptions pythagoriciennes pour prouver leur applicabilité historique aux thèses platoniciennes et en exploiter l'application.

2. RESUME ANALYTIQUE

2.1. **Introduction : les imbrications multiples entre mathématiques et philosophie [1-17].** L'introduction ne se limite pas à la présentation du plan détaillé des développements qui suivront, mais s'attache à faire ressortir la cohérence profonde de l'étude par l'explicitation de l'unité argumentative qui conduit l'ouvrage, soulignant les interfaces principales entre mathématiques et philosophie. Chapitre à part entière, cette introduction annonce d'emblée les conclusions qui seront dégagées tout au long des études, en en précisant la portée et les limites qui sont autant de portes ouvertes à la réflexion [1].

2.1.1. *Le pair et l'impair [1-5].* Bien avant Euclide et les décompositions en facteurs premiers, l'importance de la distinction entre pair et impair a été considérée et son application riche de conséquences au sein de l'école pythagoricienne [2]. Cette première classification des nombres se raffine en une classification des carrés, qui suffit à prouver l'irrationalité de $\sqrt{2}$ par disjonction de cas. De manière générale, toutes les classifications se font grâce à cette idée fondamentale de dichotomie qui naît avec cette première dichotomie pair-impair, et est la « méthode platonicienne de division par excellente » [p. 4] qui est à l'origine de toutes les distinctions.

2.1.2. *Ensembles et structures [5-6].* Les algorithmes pythagoriciens sont des procédés récurrents de calcul, et sont un premier exemple de considération structurelle : ce n'est pas tant les nombres qui sont important mais l'ordre régnant dans leur ensemble, les relations qui existent entrent eux. Par exemple, l'algorithme du « stade » permet de modifier cette structure en reliant les nombres triangles aux nombres carrés, et est également à la base d'une traduction cinématique des idées et des preuves.

2.1.3. *Hiérarchies d'irrationnelles et genres d'être [6-7].* La division de la ligne de Platon, une fois rapportée aux mathématiques, se fait suivant un rapport égal au nombre d'or, irrationnel dans un sens plus fort que $\sqrt{2}$ pour les pythagoriciens. Les arguments restent essentiellement arithmétiques, les méthodes d'approximation alternée par excès-défaut sont le moyen central pour préciser ce rapport. Ces arguments infinis sont légitimés par la conception réaliste des algorithmes par Platon, qui ne sont qu'un outil pour approcher une limite inateignable, mais préexistante à tout calcul.

1. « À partir des questions qu'on s'est posé, d'autres, croisant les premières et que les réponses données à celles-ci ne permettaient pas de décider, on peu à peu émergé. », p. 1.
2. Nombre sont les exemples illustrant le fait que « l'arithmétique du pair et de l'impair constitue la base archaïque du pythagorisme », p. 4.

2.1.4. *Logistique et arithmétique [7-17].* Les modèles mathématiques et algorithmiques implicites de Platon soulèvent de nombreuses questions, révélant d'emblée la différence de statut entre nombre et grandeur. Puis la considération d'ensembles infinis est légitimée par des ensembles tous obtenus par dichotomies successives, correspondant à la dyade platonicienne, et l'unité arithmétique est préservée par un mariage avec la logistique. Enfin, la tripartition de la décade admet, contrairement à ce qui avait été jusqu'alors proposé, une interprétation cohérente avec le projet platonicien.

2.2. **Première étude : de la division platonicienne [19-29].** L'analyse platonicienne est reconstruite à partir des seules connaissances pythagoriciennes, attestées par l'utilisation qu'en fait Nicomaque, et prouvant la décomposition en facteurs premiers à partir des outils et des idées contemporaines, en affirmant l'exhaustivité d'une telle analyse et son caractère historique.

2.2.1. *Le tableau de Nicomaque [20-24].* Le tableau suggère la tripartition des entiers en fonction de leur décomposition suivant 2, la tripartition est prouvée en détails – les ensembles contiennent tous les entiers et ne se rencontrent pas – et permet d'aboutir à l'unicité de la valuation dyadique. Parallèlement à cette classification, Platon élabore sa dyade en construisant un arbre par raffinement successif, aboutissant à la classification des nombres suivant leur valuation dyadique. Ces deux constructions débouchent, avec l'interprétation plus exhaustive de Nicomaque, à la généralisabilité de la méthode à des décompositions suivant d'autres facteurs : la décomposition en facteurs premiers est en essence déjà présente.

2.2.2. *Décomposition en facteurs premiers [24-29].* Constatant que Platon ne s'arrête pas à des dichotomies dans son texte, on recherche comment étendre le procédé. On prouve l'existence d'un facteur premier en considérant un diviseur minimal, ce qui est typique des raisonnements arithmétiques pythagoriciens, ce qui permet de tripartitionner les nombres selon ce diviseur premier. Les opérations sur le tableau de Nicomaque pour construire la dyade sont généralisées en donnant aux premiers successifs le rôle de 2. L'algorithme de décomposition en facteur premier est alors accessible à partir des seules propriétés élémentaires que l'on a prouvé comme étant connues de Platon, et le tableau est alors grandement réduit. Une telle construction évite les manipulations fastidieuses des arbres d'ensembles platoniciens. On retraduit toutefois naturellement en ces termes et l'on retrouve à peu près une tripartition classique entre « p, p^k et p_ip_j ».

2.3. **Deuxième étude : nombres triangles et polygones [31-57].** L'étude porte sur les constructions pythagoriciennes de nouvelles familles de nombres à partir de familles données en opérant sur les tableaux les représentant. En partitionnant naturellement ces ensembles et en établissant les relations de récurrence les définissant, on dégage une nouvelle preuve de l'irrationalité de $\sqrt{2}$.

2.3.1. *Construction des nombres polygones [31-41].* La construction d'un tableau dont les lignes sont des progressions arithmétique de raison constante translatées laisse apparaître d'autres progressions sur les diagonales, de raison incrémentées de un. Si la translation croît avec le rang, les raisons des diagonales deviennent variables. Si les lignes sont les diagonales de tableaux dont les décalages sont de plus en plus rapides à croître, les diagonales forment la suite des nombres polygones. En proposant une formule, on constate une progression arithmétique sur chaque colonne qui est le nombre triangle de rang précédent.

2.3.2. *Structure des nombres polygones [41-47].* Dès les premiers tableaux est soulevée un comportement régulier de l'alternance entre parité et imparité, qui se traduit en une dichotomie fonction de l'alternance qui n'est autre qu'une classification modulo 4. Une étude similaire est menée en détails avec des dilatations d'une ligne à l'autre au lieu d'une translation, et on constate que les constructions diagonales amènent un changement d'échelle de croissance.

2.3.3. *Classification et irrationnelles [47-57].* Ce changement d'échelle, autrement dit que l'une n'est pas réductible à une autre [3], était connu au moins depuis Nicomaque. Le triangle de Pascal regroupe les progressions p-adiques sur ses colonnes, et est simplement constructible par un procédé de sommation terme à terme. Cependant les pythagoriciens ne semblaient pas capables d'opérer une telle généralisation, ne disposant ni notations adéquates ni raisonnement combinatoire motivant de telles idées, conséquence de l'absence d'études des probabilités et de considérations de problèmes concrets. Malgré ces failles, les tableaux de Nicomaque permettent de retrouver l'irrationalité de $\sqrt{2}$ de manière constructive.

2.4. **Troisième étude : l'utilité des nombres triangles [59-84].** Le fait que les nombres triangles soient à la base des nombres carrés a de nombreuses conséquences et motive l'introduction de l'algorithme du « stade », son application aux arguments de Zénon, et les considérations sur les alternances de parité peuvent servir à la mise en place d'algorithmes d'approximation par fractions continues, sans quitter des pieds l'arithmétique.

3. « C'est cette opération qui change la dimension des ensembles : point, ligne, surface, volume et au-delà », p. 54.

2.4.1. *L'algorithme du stade [60-68].* L'interprétation cinématique permise par l'algorithme du stade permet de ramener l'étude des carrés aux triangles tout en en donnant une interprétation univoque et fonctionnelle [4]. L'application de ces idées au cas particulier de $\sqrt{2}$, vu à travers $p^2 = 2n^2$, est ramenée aux principes pythagoriciens, et aboutit à une contradiction en termes d'interprétation par le stade. L'angoisse des paradoxes zénoniens est soulevée comme étant très proche [5], mais la différence fondamentale est que Zénon raisonne sur des grandeurs – qui sont toujours divisibles – alors que la preuve se fonde sur des arguments bien arithmétiques [6]. Le Parménide platonicien soulève les problèmes posés par ces pratiques : la considération de l'unité se développe en la multiplicité des nombres et des opérations, la nécessité de la limite cinématique et de la limite temporelle – l'instant – entrent en contradiction avec le primat accordé à l'un indivisible, ce qui fait que l'un, tout comme $\sqrt{2}$, sont soumis à la récursion infinie inhérente à leurs définitions.

2.4.2. *Congruences et structures [68-84].* Les nombres polygones motivent une classification en fonction de l'alternance de parité apparente sur leurs tables. La classification des parités des triangles mène alors à une classification des carrés, qui mène à son tour à une classification de tous les entiers et enfin de leurs indices. De telles classifications permetttent de prouver l'incommensurabilité de $\sqrt{2}$, les tentatives de localisation dans ces partitionnements aboutissant à une contradiction. De manière plus générale, on se base sur une propriété bien connue des pythagoriciens pour démontrer maints résultats tout en restant scrupuleusement dans l'arithmétique pythagoricienne, à commencer par les lois régissant les développements en fractions continues découlant des expressions obtenue à partir des triangles. La classification des carrés met en évidence des opérations agissant sur les classes – et non plus sur les nombres – en fonction du comportement des excès et des défauts. Finalement, l'utilisation de ces classes et de ces lois sur les fractions continues permet de trouver la forme de succession des termes « y » dans les approximations, qui se révèle être cyclique.

2.5. **Quatrième étude : philosophie de la connaissance [85-104].** L'étude s'attache à prouver l'invraisemblance de l'interprétation traditionnelle de la section platonicienne de la ligne, représentant les sections du monde et notamment du sensible et de l'intelligible. Une nouvelle interprétation, historiquement plus probante, est proposée et mathématiquement motivée par l'incommensurabilité de la section d'or dont on montre le rôle naturel.

2.5.1. *Inconsistance de l'interprétation classique [85-89].* La méthode de section traditionnelle est de diviser successivement en deux parties ayant entre elles un rapport – rationnel – constant. Cela mènerait à l'égalité entre les sections représentant la partie supérieure du sensible, les choses sensibles, et l'inférieure de l'intelligible, les objets mathématiques, qui n'ont pourtant pas la même clarté, faisant de ce modèle une voie sans issue. Le parallèle avec le nombre nuptial platonicien est flagrant bien que jusqu'alors non soulevé, et mène aux mêmes impasses dont la seule sortie serait de tout égaliser en tout trivialisant. Même si des arguments sont discutables, le rapprochement des deux constructions se traduit mathématiquement par une impossibilité de la commensurabilité du rapport, et l'idéalité – dont l'inatingibilité est chère à la doctrine platonicienne – ne peut se refléter que dans son incommensurabilité. Mais cela requiert de prouver la plausibilité historique de cette irrationalité à partir des hypothèses fondant la réflexion de Platon.

2.5.2. *L'intervention de la section d'or [89-93].* La section de la ligne est montrée comme étant en intime connexion avec les considérations platoniciennes sur être et non-être, après avoir dégagé le rôle fondamental de l'opinion, seul intermédiaire accessible. Platon souligne l'appréhension possible des deux termes inférieurs de la division, et la section – plus précisément la constance de son rapport – est la voie vers l'être. Le vocabulaire suggère toujours un fort parallèle géométrique, et l'application des méthodes analytiques correspondantes mène à des relations entre les grandeurs qui vont dans le sens des arguments platoniciens, contrairement aux arguments géométriques euclidiens qui se tournent vers la pratique seule.

2.5.3. *Preuves d'irrationalité [93-99].* L'algorithme d'Euclide donne la méthode de développement en fractions continues, et le critère d'irrationalité, déjà connu des pythagoriciens, est l'infinité de ce développement, repéré par des boucles algorithmiques. Platon disposait également d'arguments pour justifier la convergence d'une telle approximation.

2.5.4. *La section platonicienne [99-102].* On note cependant plusieurs types d'irrationalité chez les grecs, en fonction de leur « proximité » de la rationalité, par exemple à travers leurs puissances. La section d'or, qui intervient naturellement comme le rapport solution des équations de section de la ligne, se retrouve ainsi être un rapport de degré d'irrationalité « supérieur » à celle de $\sqrt{2}$.

---

4. « Le diaulos est univoque [...], il assemble non plus des éléments-unités, mais la suite des entiers déjà composés au moyen d'une figuration plus fonctionnelle que matérielle », p. 61.

5. « En, formulant le stade, Pythagore ou l'un de ses successeurs donnait à Zénon des verges pour se faire fouetter », p. 64.

6. « Une seule hypothèse nouvelle, mais fondamentale [...] Le stade du Zénon aristotélicien [...] identifie par hypothèse les *grandeurs* ultimes avec des indivisibles et il n'est démonstratif que sous cette supposition », p. 65.

2.5.5. *Plausibilité [103-104].* Les questionnements des pythagoriciens sur la nature des objets manipulés, telle la section d'or, sont historiquement attestés par Proclus, et des traces de ces idées dans les développements de Platon se retrouvent dans le Timée comme dans le Théétète, et semblent avoir été ignorés jusqu'ici, alors que les éléments étaient déjà à portée des pythagoriciens. L'absence de détails est cependant un stratagème bien remarqué de Platon pour intéresser son lecteur, pour le malheur des historiens. La conception des rapports irrationnels, bien que rejetée par Aristote, est naturelle pour Platon et le signe de la transcendance des idées et de la condamnation des hommes à leur approximation. Le concept platonicien fondamental d'intermédiaire est interprété comme étant le moyen réel, accessible, d'atteindre les extrêmes, qui lui sont liés par un rapport constant, à travers les algorithmes.

2.6. **Cinquième étude : la méthode platonicienne de division et ses modèles mathématiques [105-145].** L'objet est de développer les modèles mathématiques adoptés systématiquement par Platon [7] dans sa méthode philosophique centrale de division, justifiés par ses conceptions et les éclairant, et de dégager les idées mathématiques occultées par l'hégémonie euclidienne.

2.6.1. *Les arbres de division des ensembles infinis [106-115].* Platon considère l'infini en un sens proche de celui des pythagoriciens, mais contrairement à eux il en fait un idéal caractérisé par sa variabilité, la possibilité de dichotomie potentiellement infinie et le mouvement de l'approximation, alors que le fini est l'exactitude immobile. Il opère sur les ensembles de nombres, idéaux teintés d'infini qui permettent de construire les idées, qui pourraient être vus comme une théorie primitives des ensembles. Platon se base sur des ensembles vraisemblablement pythagoriciens, à travers une chasse par dichotomies successives qui sont exhaustives et exclusives. Ces caractéristiques sont garanties par le choix des concepts philosophiques régissant la dichotomie. Le modèle est celui des ensembles de nombres ayant certaines propriétés pour rendre cette chasse efficace. Cependant, il n'est pas oublié que « la division est naturelle, non pas absolument mais relativement à un ensemble de questions » [p. 114] qui engendre cette chasse en en dictant les dichotomies.

2.6.2. *Preuves d'incommensurabilité [115-122].* Puisque « l'épreuve décisive pour la théorie de la division dichotomique, ce sera sa fécondité dans les démonstrations d'irrationalité », des exemples de telles preuves sont examinés. On peut classifier les carrés par dichotomies successives en appliquant les idées précédentes, en s'attachant à prouver que la décomposition répond aux impératifs platoniciens d'exhaustion et d'exclusion, et ce partitionnement permet de retrouver l'irrationalité de $\sqrt{2}$ à partir de l'arbre de chasse. La même idée donne la preuve pour $\sqrt{3}$ en discriminant sur la divisibilité par 3 ou 4 d'un carré ou d'un carré moins un. Dans tous les cas « le principe de [ces] démonstration[s] est le même [...] », et une dichotomie « illustre la vaine chasse, la place du nombre irrationnel et du sophiste n'est qu'un leurre » [p. 121].

2.6.3. *Division subordonnée à la différence entre réel et idéal [122-124].* La distinction entre l'idéal et le réel, ce que l'on a déjà traduit par l'incommensurabilité de leur rapport, motive son approximation, tout comme la conscience de la distinction bien platonicienne entre cités idéale et réelle motive la poursuite par approximations de la cité de dieu et du philosophe-roi [8]. Les approximations les plus élémentaires, et préexistantes à l'étude, sont les monotones que Platon réfute en invoquant le mythe des âges de l'homme et la cyclicité perdue du mouvement de l'Univers. Les approximations alternées sont préférées, mais doivent alors obéir à certains modèles, tels la recherche des causes propres et originelles, l'analyse complétant la synthèse, la considération du relatif comme de l'absolu, qui doivent être précisés car laissant toujours dans le flou de la nouvelle acception possible de la notion platonicienne de « rapport » manifestement en pleine révolution.

2.6.4. *Algorithmes par excès et défaut [124-141].* L'importance de l'explicite et de l'exhaustivité des énumérations pour Platon motive l'utilisation et l'étude des algorithmes. L'algorithme doit de plus être alterné, Platon ayant exclu l'algorithme monotone – malgré les bonnes propriété d'unicité. Deux exemples sont développés : l'algorithme du Parménide est « simple et puissant [mais] lent et long » [p. 127], et ne traite pas les causes premières ; et l'algorithme d'Euclide est au centre des constructions et la condition sur le reste permet de prouver que les conditions platoniciennes sont remplies, et les algorithmes sont toujours accompagnés de constructions géométriques et de preuves d'alternance. Un bon algorithme dévoile et exploite les causes premières du phénomène. L'application détaillée à $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$ illustre ces propos.

2.6.5. *Classifications platoniciennes [141-145].* Le modèle de l'approximation alternée exploité par Platon ne se retrouve pas chez Euclide, les objets sous-jacents étant considérés comme impropres par les mathématiciens qui ont délaissé cette possibilité, exclue par le formalisme eudoxien dominant qui a bridé un infini, qui bien qu'une fois considéré a été délaissé par la pratique. L'une des idées de Platon justifiant cette vaste et précise application des mathématiques est que « comprendre c'est classer » et que « classer c'est mettre en rapport » [p. 143]. Les classifications dégénérées marquent un rapport irrationnel

7. « Platon recourt constamment à des modèles mathématiques pour illustrer sa doctrine », p. 105.
8. « ce qui caractérise la cité réelle la meilleure, c'est qu'elle tend par approximation [...] vers l'ordre idéal toujours inaccessible », p. 122.

mais existant en tant que rapport idéal, conception rejetée hors de la logique par Aristote mais qui légitimise la classification. Finalement, les méthodes mathématiques adoptées par Platon reflètent des conceptions philosophiques précises, tout en étant motivées par elles, et s'y réduisant pas.

3. Reflexions & Critiques

L'objectif de mettre en rapport mathématiques et philosophie est clairement posé et est une démarche naturelle lorsque l'on étudie l'Antiquité grecque, dans laquelle mathématiques, métaphysique et philosophie étaient perpétuellement mêlées. Mais un aspect flagrant des *Mathématiques pythagoriciennes et platoniciennes* de Jules Vuillemin est la reconstruction : il ne s'agit pas d'exploiter certains parallélismes entre des textes ou des pratiques mathématiques et philosophiques, mais avant tout de les retrouver. Si les textes de Platon sont connus – bien que non unanimement interprétés – il en est tout autrement en ce qui concerne les mathématiques pythagoriciennes, et il faut reconstruire de certains témoignages les pratiques précises, les algorithmes exacts, les arguments essentiels. L'aspect très équilibré entre philosophie, histoire et mathématique se reflète parfaitement dans une bibliographie également très équilibrée entre les trois domaines et marquée par sa diversité.

Cette démarche va dans le sens de l'histoire vivante et créatrice qui est sûrement fondée pleinement par Michelet et dont un grand défenseur fut Marrou, tous défendant la capacité de l'homme à reconstruire un passé perdu par sa capacité à en comprendre les vestiges et à les faire revivre en lui. Cependant elle n'est pas sans poser le problème de l'historicité du résultat, et des arguments exploitant parfois des termes, des idées ou des notations très algébriques – on n'aura pas laissé passer la présence de puissances, de notations ensemblistes, de schémas fonctionnels, etc. – sont peut-être responsables de conclusions créées inconsciemment de toutes pièces par notre compréhension moderne. La manipulation des irrationnels dans les calculs, qui ne sont certes qu'un détour, découvrent peut-être une conclusion inaccessible aux grecs. La citation en bibliographie des ouvrages de Borel sur les ensembles et les fonctions ainsi que celui de Jean Vuillemin sur l'algorithmiques et les langages n'est pas sans provoquer une certaine méfiance.

Cependant, devant tous ces gouffres historiques tant décriés par les historiens modernes et bien résumés dans le cas des mathématiques par Unguru, Vuillemin semble rassurant. Chacune des études est construite de manière assez similaire, partant de considérations historiques précisément attestées au sujet des pratiques et des connaissances mathématiques, qui sont alors développées parfois avec un formalisme étranger aux grecs – cela semble essentiellement dicté par la nécessité d'intelligibilité du lecteur moderne – mais toujours orchestrée par des idées profondément authentiques, provenant de la pratique mathématique, des méthodes centrales des preuves d'alors, des conceptions des nombres et des opérations. C'est alors l'examen des idées platoniciennes philosophiques qui légitiment certains usages des mathématiques et permettent de terminer une construction, ou alors la pratique mathématique courante qui permet de mettre en lumière certains arguments platoniciens, souvent peu explicités. Très attentif au contexte historique mais également à la justification de la moindre de ses constructions de manière mathématique comme philosophique, Vuillemin s'attache à démontrer rigoureusement l'historicité de ses études et leur plausibilité philosophique, exploitant ainsi une pratique mathématique réelle et précise, tout comme le reprochait Unguru à Knorr, mais en se prémunissant prudemment des travers de ces reconstructions et en explicitant tous les points du contexte dans lequel il se place et il travaille. Et si Bernard trouve un contexte pour les mathématiques dans la philosophie grecque, Vuillement prouve ici que l'on peut également trouver un contexte pour la philosophie dans les mathématiques.

Une fois ces angoisses soulagées, c'est une véritable valse des idées mathématiques et philosophiques qui apparaît sous la plume de Vuillemin, les arguments platoniciens s'articulant parfaitement avec les pratiques pythagoriciennes. Dans deux styles très différents, mathématiques et philosophies se rejoignent dans leur pratique par les méthodes de construction – des ensembles ou des idées – et chacune éclaire l'autre, comme si les deux étaient filles des mêmes conceptions. Le idées de Platon paraissent beaucoup plus proches des mathématiques et celles-ci semblent être un modèle de celles-là. L'image peut toutefois être trompeuse, et si certaines constructions mathématiques s'harmonisent bien avec les constructions platoniciennes, un trop grand rapprochement semble incertain et ordonner les idées comme le sont nombres et ensembles pourrait donner un système bien étrange, où les idées deviennent composables entre elles et où le monde est entièrement réglé par les mathématiques. Mais l'aspect fondamental des irrationnels, rapports inexistants réellement et quantités transcendantes vouées à l'approximation inexacte, prémunit Vuillemin de sombrer dans cet excès.

L'étude se veut également profondément historique et certaines conceptions très modernes sont légitimées dans la main des grecs. Les idées de convergence, d'infini, d'opérateur abstrait, de récurrence fonctionnelle et d'irrationnels apparaissent dangereusement, nous l'avons déjà souligné, font irruption entre arguments mathématiques, philosophiques et historiques. Les études menées montrent cependant une attention bien particulière apportée aux pratiques et aux connaissances authentiquement pythagoriciennes, et non euclidiennes, et de nombreuses interprétations sont soulignées comme n'ayant jamais été soulevées ailleurs à cause de l'hégémonie euclidienne dominante qui a, peu après cette période, balayé grandement les divergences avec les pythagoriciens. L'attention portée à une pratique importante mais qui n'a rapidement plus été dominante est une tâche difficile où Vuillemin a vraisemblablement su trouver un chemin heureux pour faire revivre les mathématiques du temps du Platon.

L'« euclidianisation » des mathématiques grecques a pour conséquence l'instauration d'un formalisme eudoxien ayant caché les aspects plus algorithmiques et plus « métaphysiques » qui existaient avant, mais qui ont essentiellement souffert d'un manque de rigueur dû à un manque de formalisation disponible. Cet état de fait pose le problème – très moderne – de l'importance de la forme, tout particulièrement de l'importance de l'édition, et de la norme consensuelle d'un temps sur ce qui est acceptable et sur ce qui ne l'est pas – ce qui n'est pas sans rappeler les interrogations de Netz sur les apports et les impacts des textes « deutéronomiques ». Des idées qui semblaient si proches dans le monde pythagoricien ont été rayées de la carte des mathématiques par l'école d'Euclide, pour ne réapparaître que deux millénaires plus tard en ce qui concerne la considération des infinis et de l'algorithmique. On peut alors se poser la question, toute autre que celles abordées par Vuillemin, de l'impact d'une telle homogénéité qui se retrouve non seulement dans les écrits, mais aussi et surtout dans les pratiques et dans les enseignements. À donner une image figée des mathématiques et des sciences en général, ne prend-on pas le risque de condamner une grande part de l'inventivité des hommes ? Cela peut également aller à l'encontre des constructions de Vuillemin, qui introduit un formalisme qui simplifie les démarches mais qui n'était pas accessible à l'époque pythagoricienne, et qui aurait pu barrer la route aux conclusions qu'il en tire, car il y a une grande différence entre ce qui était mathématiquement et philosophiquement accessible – et c'est déjà une grande force que d'avoir confirmé cette possibilité lors de chaque intervention des mathématiques – et ce qui a effectivement été fait. À supposer une trop grande perfection des penseurs grecs, on risque de parfaire des pensées qui étaient pour eux encore floues, dans leur formalisation sinon dans leur essence.

4. Conclusion

Les *Mathématiques platoniciennes et pythagoriciennes* de Jules Vuillemin forment finalement un ouvrage riche, tant par son originalité que par son contenu. Étude profondément historique, elle se nourrit de toute l'expérience de son auteur pour réaliser un grandiose projet qui est celui d'unifier un peu plus la pensée grecque à travers une meilleure compréhension des arguments platoniciens. C'est avec beaucoup de soins que les reconstructions des idées et des procédés pythagoriciens sont menées puis reliés aux idées et aux procédés platonciens, de sorte que les conclusions jouissent d'une stabilité certaine tout en étant d'une portée inouïe : ce sont les constructions fondamentales de Platon qui trouvent, aux yeux de Vuillemin, des justifications et des interprétations originales, mais avant tout historiquement plausibles. Par ces quelques études mariant histoire, mathématiques et philosophie, Jules Vuillemin semble moins proposer une lecture complète et définitive des textes platoniciens que nous inviter à le suivre sur cette voie, retrouvant les constructions philosophiques à travers la compréhension des idées mathématiques, dans le respect de l'un comme de l'autre, et surtout de l'histoire.

5. Bibliographie

Jules Vuillemin, *Mathématiques Pythagoriciennes et Platoniciennes*, coll. Sciences dans l'Histoire, A. Blanchard, Paris, 2001.