

TD 24 — Transformations

Les opérations du plan et de l'espace

Nathalie Delhay

Didier Lesesvre

Un aperçu

Les transformations à connaître

Les transformations à connaître

- symétrie axiale

Les transformations à connaître

- symétrie axiale
- symétrie centrale

Les transformations à connaître

- symétrie axiale
- symétrie centrale
- translation

Les transformations à connaître

- symétrie axiale
- symétrie centrale
- translation
- rotation

Les transformations à connaître

- symétrie axiale
- symétrie centrale
- translation
- rotation
- homothétie

Symétrie axiale

Symétrie axiale

Symétrie axiale

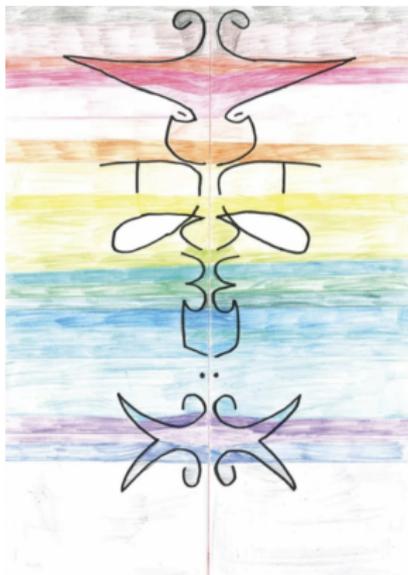
Symétrie axiale — définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** si elles se superposent **par pliage** le long de cette droite. Cette droite est appelée l'axe de symétrie.

Symétrie axiale

Symétrie axiale — définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** si elles se superposent **par pliage** le long de cette droite. Cette droite est appelée l'axe de symétrie.

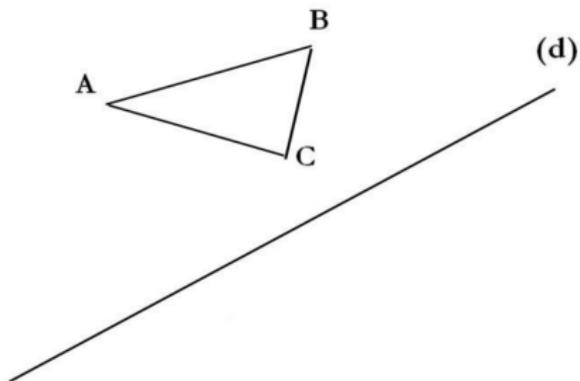


Symétrie axiale — Exemples et contre-exemples



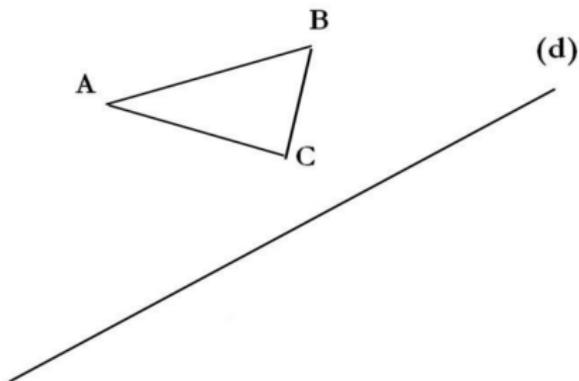
Symétrie axiale — Construction

Question : Comment construire l'image par une symétrie ?



Symétrie axiale — Construction

Question : Comment construire l'image par une symétrie ?



Symétrie axiale — critère de construction

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (D) est le point A' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment [AA'] (autrement dit : tel que (D) soit la perpendiculaire au segment [AA'] en son milieu).

Symétrie axiale — Construction

Symétrie axiale — critère de construction

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (D) est le point A' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment $[AA']$

Symétrie axiale — Construction

Symétrie axiale — critère de construction

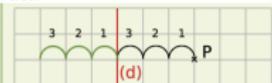
Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (D) est le point A' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment [AA']

a. Dans un quadrillage

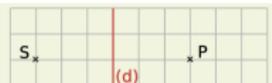
- Axe de symétrie horizontal ou vertical



On part du point P vers (d). Il faut **3 carreaux** pour y arriver.

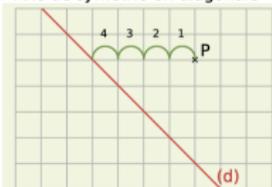


Ensuite, on reproduit le trajet de **3 carreaux vers la gauche**.

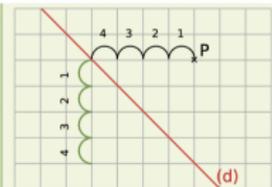


S est le symétrique du point P par rapport à (d).

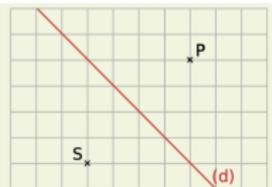
- Axe de symétrie en diagonale



On part du point P vers (d). Il faut **4 carreaux** pour y arriver.



Ensuite, on descend de **4 carreaux**.



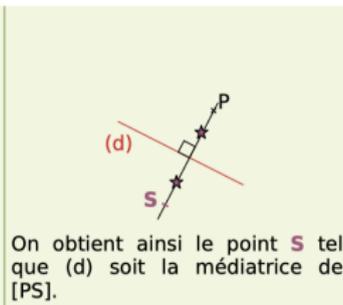
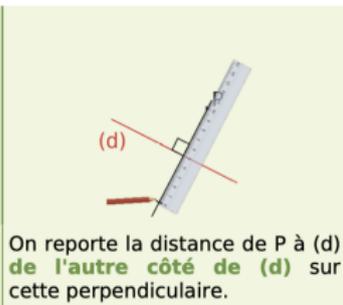
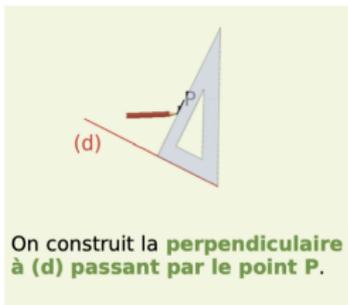
S est le symétrique du point P par rapport à (d).

Symétrie axiale — Construction

Symétrie axiale — critère de construction

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (D) est le point A' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment $[AA']$

b. Avec l'équerre et la règle graduée

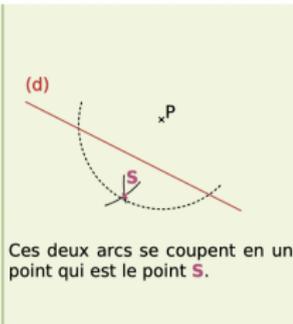
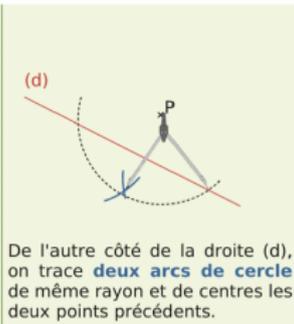
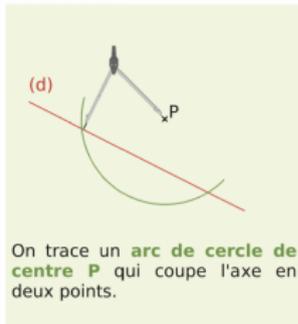


Symétrie axiale — Construction

Symétrie axiale — critère de construction

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (D) est le point A' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment $[AA']$

c. Avec le compas (1)



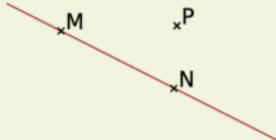
Symétrie axiale — Construction

Symétrie axiale — critère de construction

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (D) est le point A' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment $[AA']$

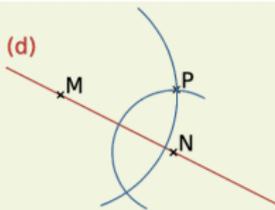
d. Avec le compas (2)

(d)



On prend deux points distincts quelconques M et N sur la droite (d) .

(d)



On trace **deux arcs de cercle** de centres les deux points précédents et passant par P .

(d)



Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point S .

Problème : comment trouver les caractéristiques ?

Symétrie axiale — Détermination

Problème : comment trouver les caractéristiques ?

Symétrie axiale — détermination de l'axe

Si la figure a un axe de symétrie, alors c'est la médiatrice entre un point et son image

Rappel : Comment tracer une médiatrice ?

À vous de jouer !

Des questions ?

Symétrie centrale

Symétrie centrale

Symétrie centrale

Symétrie centrale — définition

Transformer une figure par **symétrie centrale par rapport à un point** revient à lui faire faire un **demi-tour** autour de ce point

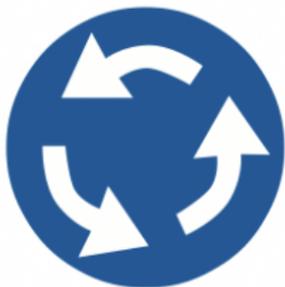
Symétrie centrale

Symétrie centrale — définition

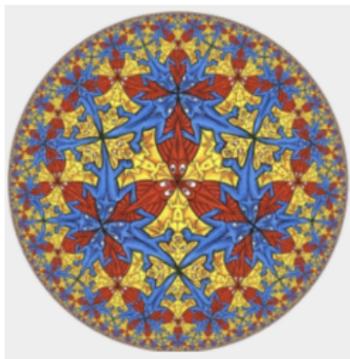
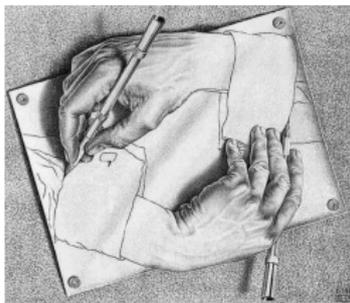
Transformer une figure par **symétrie centrale par rapport à un point** revient à lui faire faire un **demi-tour** autour de ce point



Symétrie centrale — Exemples

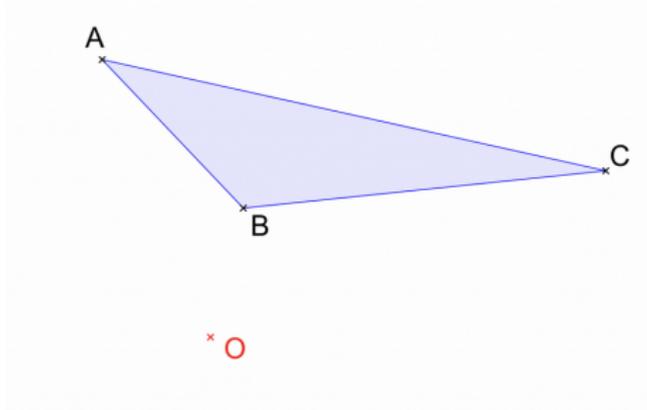


Symétrie centrale — Exemples



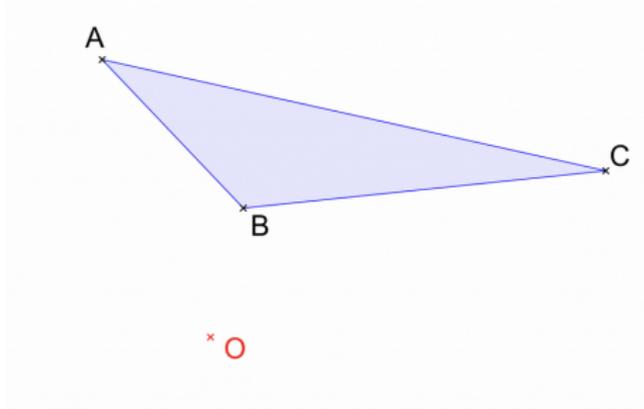
Symétrie centrale — Construction

Problème : comment construire une image par symétrie centrale ?



Symétrie centrale — Construction

Problème : comment construire une image par symétrie centrale ?



Symétrie centrale — Construction

L'image A' d'un point A par une symétrie centrale de centre O est le point tel que O soit le milieu de $[AA']$

Symétrie centrale — critère

L'image A' d'un point A par une symétrie centrale de centre O est le point tel que O soit le milieu de $[AA']$

Symétrie centrale — critère

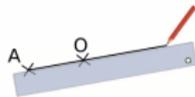
L'image A' d'un point A par une symétrie centrale de centre O est le point tel que O soit le milieu de $[AA']$

■ Protocole de construction du symétrique d'un point

1. Figure de base : un point et le centre de symétrie.



2. Tracer la demi-droite $[AO)$.



3. Reporter la longueur OA de l'autre côté du point O .



4. Coder les longueurs égales.



Symétrie centrale — détermination du centre

Problème : Comment trouver le centre d'une symétrie centrale ?

Symétrie centrale — détermination du centre

Problème : Comment trouver le centre d'une symétrie centrale ?

Symétrie centrale — Détermination

Deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment $[AA']$.

Rappel : Comment trouver le milieu d'un segment ?

Symétrie centrale — détermination du centre

Problème : Comment trouver le centre d'une symétrie centrale ?

Symétrie centrale — Détermination

Deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment $[AA']$.

Rappel : Comment trouver le milieu d'un segment ?

Symétrie centrale — Détermination (2)

Le centre d'une symétrie centrale est le centre du parallélogramme formé par deux couples (points, images).

À vous de jouer !

Des questions ?

Translation

Translation

Translation

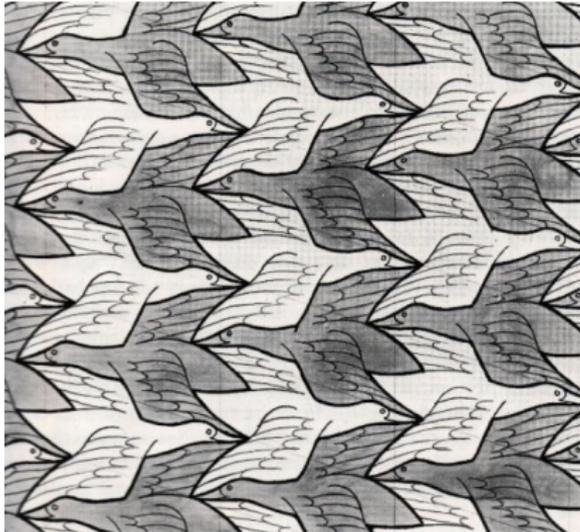
Translations — Définition

Transformer une figure par **translation** revient la **faire glisser selon une direction et pendant une longueur données**

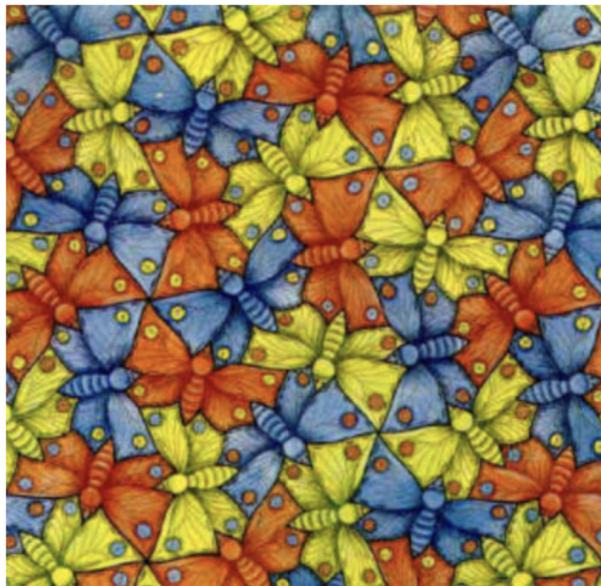
Translation

Translations — Définition

Transformer une figure par **translation** revient la **faire glisser selon une direction et pendant une longueur données**



Translation — Examples



Translation — Construction

Translation — construction

L'image du point C par une translation envoyant A sur B est le point D tel que $ABCD$ soit un **parallélogramme**.

Translation — Construction

Translation — construction

L'image du point C par une translation envoyant A sur B est le point D tel que $ABCD$ soit un **parallélogramme**.

On "glisse" le point C **de la même manière** que l'on "glisse" le point A sur le point B (on parle de vecteur \overrightarrow{AB}).

Translation — Construction

Translation — construction

L'image du point C par une translation envoyant A sur B est le point D tel que $ABCD$ soit un **parallélogramme**.

On "glisse" le point C de la même manière que l'on "glisse" le point A sur le point B (on parle de vecteur \overrightarrow{AB}).

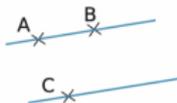
↳ Entraîne-toi à Construire l'image d'un point par une translation

■ Protocole de construction de l'image d'un point par une translation

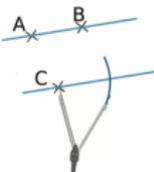
1. Figure de base :
Points A et B
définissant
la translation et
le point à traduire.



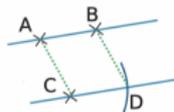
2. On trace une droite passant par C parallèle à (AB) la direction de la translation.



3. On reporte la longueur AB sur (d) à partir de C et dans le bon sens (A vers B).



4. Figure finale.



Problème : comment trouver les caractéristiques ?

Translation — Détermination

Problème : comment trouver les caractéristiques ?

Symétrie centrale — Détermination

Le vecteur de translation est donné par le déplacement/glisement entre un point et son image

Rappel : Vecteurs, flèches, mouvements...

À vous de jouer !

Des questions ?

Rotation

Rotation

Rotation

Rotation — Définition

Transformer une figure par **rotation** revient à la **faire pivoter** d'un angle donné autour d'un point, son centre. Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé sens direct.

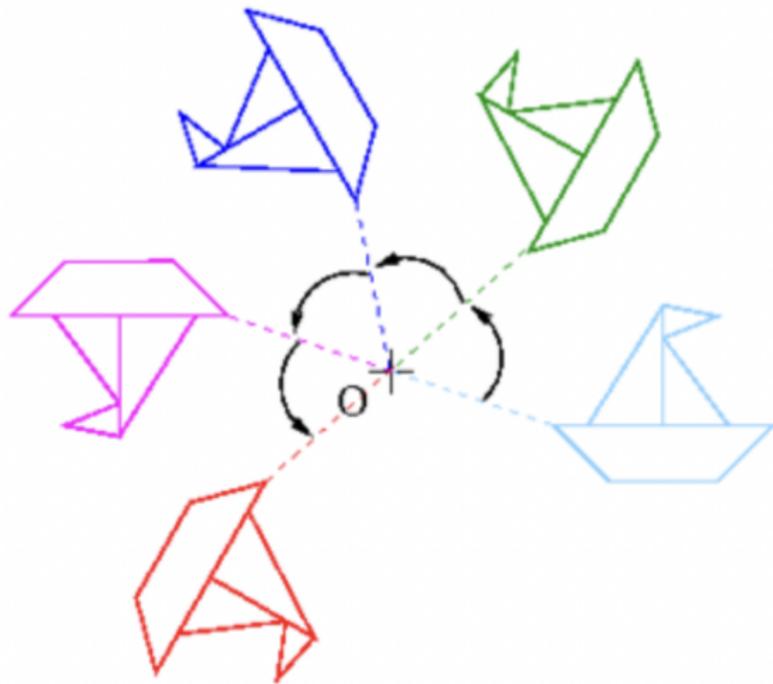
Rotation

Rotation — Définition

Transformer une figure par **rotation** revient à la **faire pivoter** d'un angle donné autour d'un point, son centre. Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé sens direct.



Rotation — Exemples



Rotation — Construction

Rotation — critère de construction

Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque $OA=OA'$, l'angle AOA' mesure α et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

■ Protocole de construction de l'image d'un point par une rotation

1. Figure de base : un point et le centre de rotation.



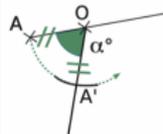
2. Tracer un arc de cercle de centre O et de rayon OA dans le sens direct.



3. Marquer l'angle de rotation avec une demi-droite coupant l'arc de cercle.



4. Coder les longueurs égales.



Problème : Comment trouver les caractéristiques ?

Rotation — Détermination

Problème : Comment trouver les caractéristiques ?

Rotation — caractéristiques

Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque $OA=OA'$, l'angle AOA' mesure α et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

Rotation — Détermination

Problème : Comment trouver les caractéristiques ?

Rotation — caractéristiques

Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque $OA=OA'$, l'angle AOA' mesure α et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

Si l'on ne connaît pas le centre, c'est un peu plus délicat : il faut tracer les médiatrices de deux segments AA' (arcs du cercle de rotation) : le centre est leur intersection

À vous de jouer !

Des questions ?

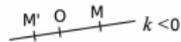
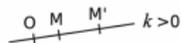
Homothéties

Homothétie — Définition

Définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :

- si k est positif : $M' \in [OM)$ ou si k est négatif : $O \in [MM')$
- $OM' = k OM$ si k est positif, $OM' = -k OM$ si k est négatif

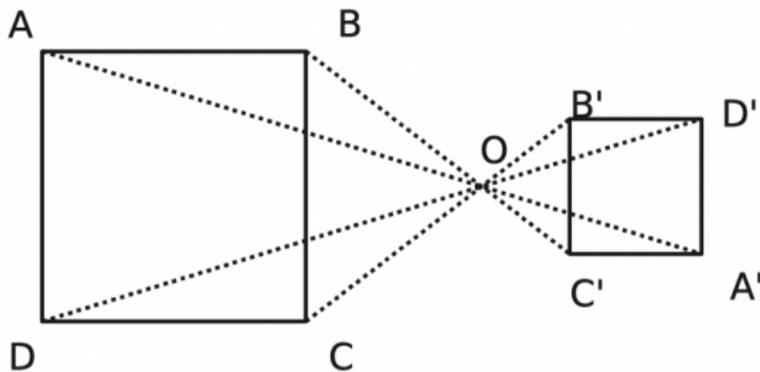
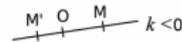
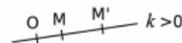


Homothétie — Définition

Définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :

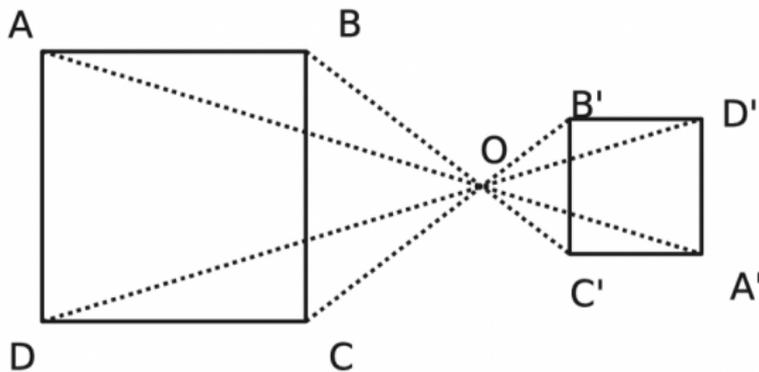
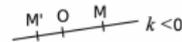
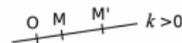
- si k est positif : $M' \in [OM)$ ou si k est négatif : $O \in [MM')$
- $OM' = k OM$ si k est positif, $OM' = -k OM$ si k est négatif



Homothétie — Définition

Définition

- M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :
- si k est positif : $M' \in [OM)$ ou si k est négatif : $O \in [MM')$
 - $OM' = k OM$ si k est positif, $OM' = -k OM$ si k est négatif



C'est un **Zoom** !

Merci !

Des questions ?