

TD 16 – Théorème de Thalès

Triangles semblables et proportionnalité

Nathalie Delhayé

Didier Lesesvre

La règle d'or

En géométrie, on fait **toujours** un dessin !

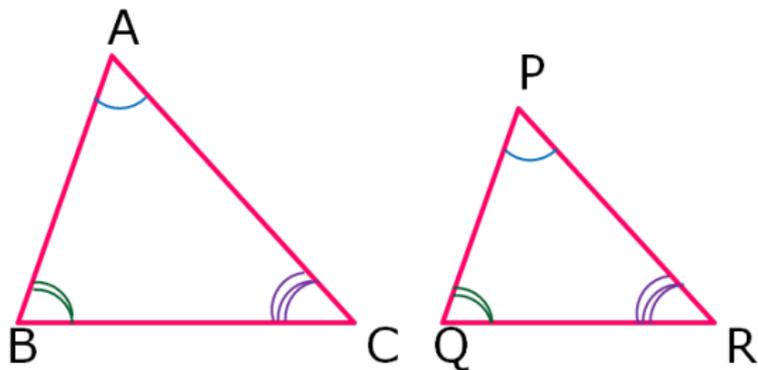
Méthodologie : Apprentissage de l'abstraction

Méthodologie : Apprentissage de l'abstraction

- de nombreux exemples
- laisser conjecturer les points communs
- raffiner avec d'autres exemples

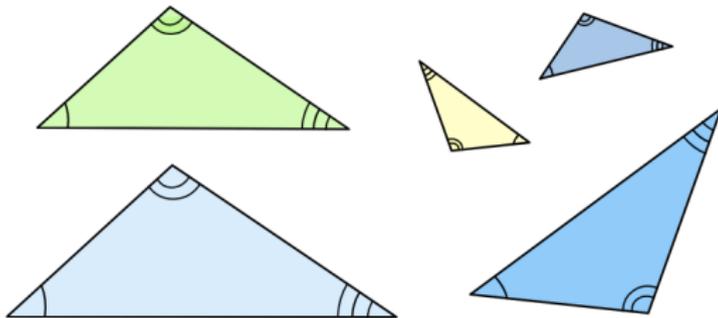
Triangles semblables

Des exemples « qui se ressemblent »



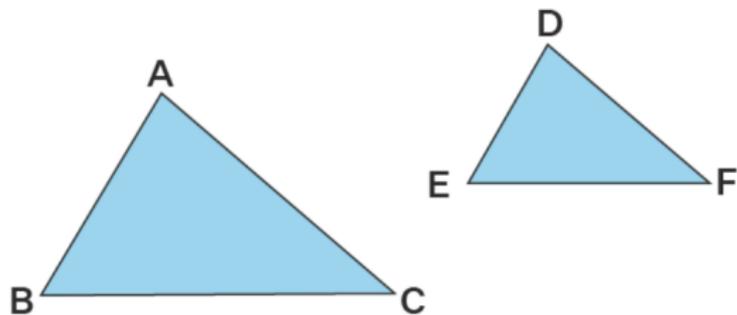
Triangles semblables

Des exemples « qui se ressemblent »



Triangles semblables

Des exemples « qui se ressemblent »



Triangles semblables

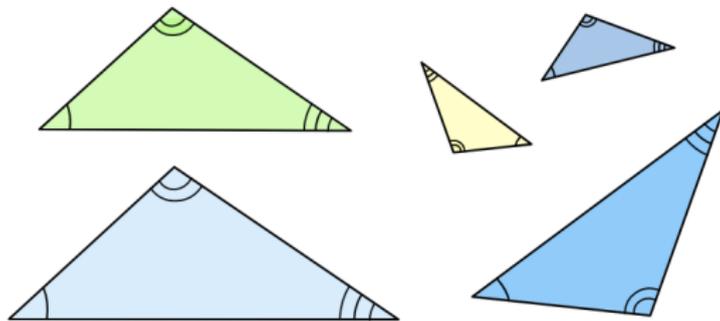
Triangles semblables – définition par les angles

Triangles semblables : angles égaux deux à deux

Triangles semblables

Triangles semblables – définition par les angles

Triangles semblables : angles égaux deux à deux

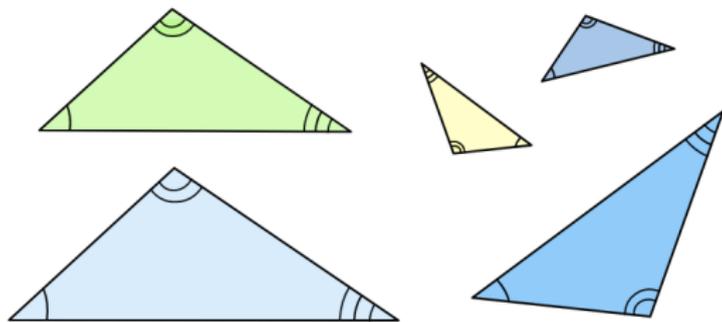


Idée : On peut changer l'orientation, la taille... mais pas la "forme"

Triangles semblables

Triangles semblables – définition par les angles

Triangles semblables : angles égaux deux à deux



Idée : On peut changer l'orientation, la taille... mais pas la "forme"

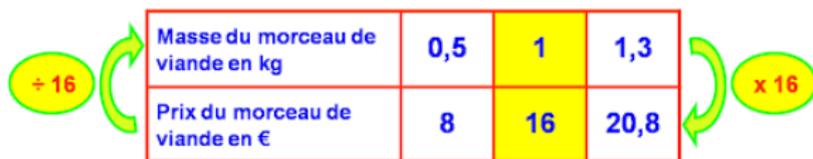
Note : Deux angles égaux suffisent (règle des 180°)

Une autre formulation

Triangles semblables – par les longueurs

Deux triangles sont **semblables** si et seulement si leurs longueurs sont proportionnelles, i.e. on passe des longueurs de l'un aux longueurs de l'autre en multipliant par une **même constante**.

(R)appel : Situation de proportionnalité



The diagram features a table with two rows and three columns. The first row is labeled 'Masse du morceau de viande en kg' and the second row is labeled 'Prix du morceau de viande en €'. The columns contain the values 0,5, 1, and 1,3 in the first row, and 8, 16, and 20,8 in the second row. The middle column (values 1 and 16) is highlighted in yellow. To the left of the table, a green arrow points from a yellow circle containing '+ 16' to the first column. To the right, a green arrow points from a yellow circle containing 'x 16' to the second column.

Masse du morceau de viande en kg	0,5	1	1,3
Prix du morceau de viande en €	8	16	20,8

Autrement dit, les quotients haut/bas sont constants (le coefficient de proportionnalité)

Théorème de Thalès

Théorème de Thalès

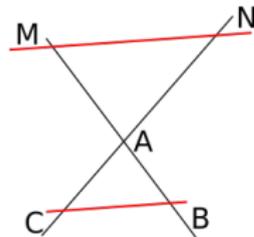
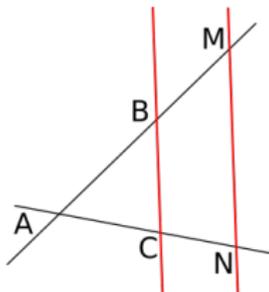
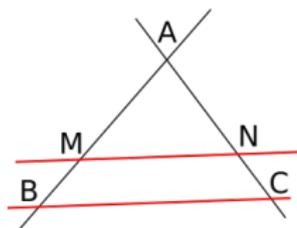
Théorème de Thalès

Si deux droites sécantes sont coupées par deux droites **parallèles**, alors elles déterminent deux triangles semblables.

Théorème de Thalès

Théorème de Thalès

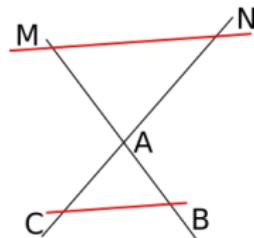
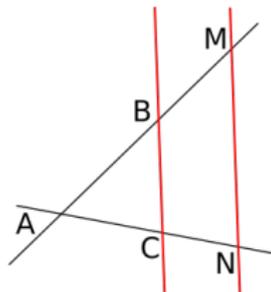
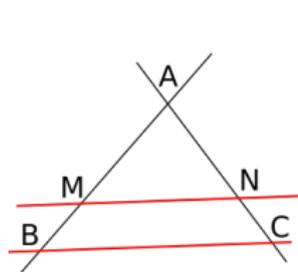
Si deux droites sécantes sont coupées par deux droites **parallèles**, alors elles déterminent deux triangles semblables.



Théorème de Thalès

Théorème de Thalès

Si deux droites sécantes sont coupées par deux droites **parallèles**, alors elles déterminent deux triangles semblables.

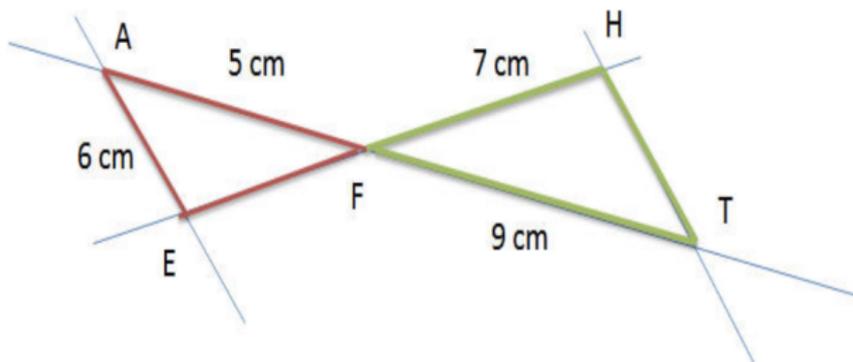


On a en particulier **égalité des rapports des longueurs** :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN} \quad (1)$$

Exemples

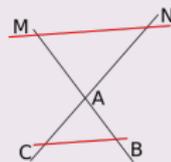
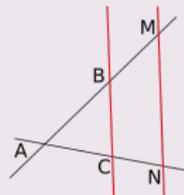
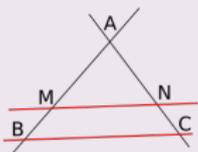
On sait que $(AE) \parallel (HT)$, calculez les longueurs restantes :



Réciproque du théorème de Thalès

Théorème de Thalès

Considérons A, B, M et A, C, N alignés dans le même ordre.



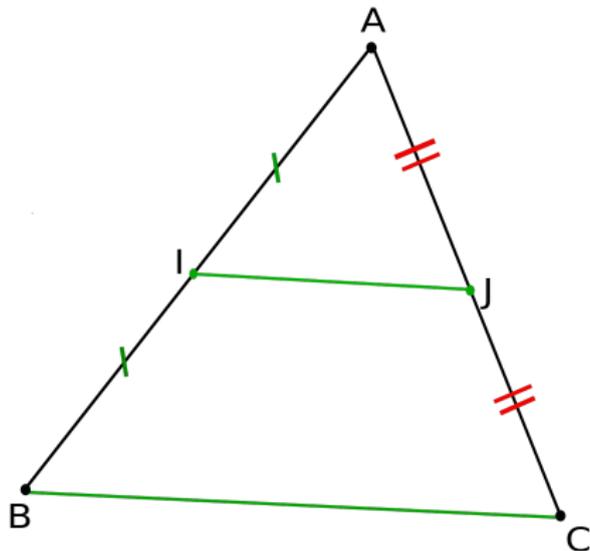
Si les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sont égaux, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles (et les rapports sont aussi égaux à $\frac{MN}{BC}$).

Un cas particulier

Théorème de la droite des milieux

Si I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[AC]$, alors

$$(BC) \parallel (IJ)$$



Le théorème de Thalès et sa réciproque donnent des liens entre

- parallélisme
- proportionnalité

Le théorème de Thalès et sa réciproque donnent des liens entre

- parallélisme
- proportionnalité

Si on sait que deux droites sont parallèles, on pourra déterminer des longueurs.

Si on sait que les longueurs sont proportionnelles, on pourra déduire le parallélisme de droites.

Merci !

Des questions ?