

# TD 26 — Probabilités et statistiques

---

**Nathalie Delhay**  
**Didier Lesesvre**

# Probabilités

---

Les **probabilités** sont une manière de **quantifier le hasard**

## Un peu de recul

Les probabilités sont nées des études de jeux de hasard (XVIIe)

- comment partager les gains d'une partie avortée ?
- jeux de cartes
- variole, assurances, etc.

Les probabilités sont nées des études de jeux de hasard (XVIIe)

- comment partager les gains d'une partie avortée ?
- jeux de cartes
- variole, assurances, etc.

Les probabilités sont aujourd'hui centrales :

- météorologie
- finance
- chimie
- théorie des nombres...

# Expérience aléatoire

# Expérience aléatoire

## Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable à l'identique, dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.



# Expérience aléatoire

## Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable à l'identique, dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

## Exemples

- lancer un dé à six faces
- piocher une bille dans un sac
- tirer une carte dans un jeu de 54 cartes
- compter le nombre de voiture passant en une heure
- observer le prochain impact de foudre

# Un peu de vocabulaire

## Vocabulaire

Les résultats possibles s'appellent des **issues**.

Un **événement** est un ensemble d'issues.

La **probabilité d'un événement** estime sa chance de se produire.

# Un peu de vocabulaire

## Vocabulaire

Les résultats possibles s'appellent des **issues**.

Un **événement** est un ensemble d'issues.

La **probabilité d'un événement** estime sa chance de se produire.

**Exemple** : Illustrations avec le lancer de dé?

## Vocabulaire

Les résultats possibles s'appellent des **issues**.

Un **événement** est un ensemble d'issues.

La **probabilité d'un événement** estime sa chance de se produire.

**Exemple** : Illustrations avec le lancer de dé?

- une probabilité est comprise en 0 et 1
- un événement peut être
  - impossible (probabilité 0)
  - plus ou moins probable
  - certain (probabilité 1)

Une situation d'**équiprobabilité** est une expérience où toutes les issues ont la même chance de se produire.

Une situation d'**équiprobabilité** est une expérience où toutes les issues ont la même chance de se produire.

**Exemples** : Dé non truqué, pièce équilibrée

# Calcul de probabilités

Une situation d'**équiprobabilité** est une expérience où toutes les issues ont la même chance de se produire.

**Exemples** : Dé non truqué, pièce équilibrée

## Probabilité

En cas d'équiprobabilité, une **probabilité** se calcule par

$$\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

# Calcul de probabilités

Une situation d'**équiprobabilité** est une expérience où toutes les issues ont la même chance de se produire.

**Exemples** : Dé non truqué, pièce équilibrée

## Probabilité

En cas d'équiprobabilité, une **probabilité** se calcule par

$$\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

Le calcul de probabilités se réduit donc au **dénombrement** !



# Rappels sur les pourcentages

# Rappels sur les pourcentages

Un pourcentage est un rapport à 100 :

## Pourcentages

$$\% = \frac{\cdot}{100} \quad \text{i.e.} \quad x\% = \frac{x}{100} \quad (1)$$

**Exemples :**  $0,13 = \frac{13}{100} = 13\%$

# Rappels sur les pourcentages

Un pourcentage est un rapport à 100 :

## Pourcentages

$$\% = \frac{\cdot}{100} \quad \text{i.e.} \quad x\% = \frac{x}{100} \quad (1)$$

**Exemples :**  $0,13 = \frac{13}{100} = 13\%$

- $0\% = 0$
- $100\% = 1$
- une probabilité peut être exprimée en pourcentage

Calculer les probabilités suivantes

- faire deux faces en lançant deux pièces

## Calculer les probabilités suivantes

- faire deux faces en lançant deux pièces
- tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 52 cartes

## Calculer les probabilités suivantes

- faire deux faces en lançant deux pièces
- tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 52 cartes
- faire 8 en lançant deux dés à six faces

### Événements contraires

L'événement contraire de "A" est l'événement "A ne se réalise pas"

### Événements contraires

L'événement contraire de "A" est l'événement "A ne se réalise pas"

La probabilité est donnée par

$$\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$$



### Événements contraires

L'événement contraire de "A" est l'événement "A ne se réalise pas"

La probabilité est donnée par

$$\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$$

### Événements indépendants

### Événements contraires

L'événement contraire de "A" est l'événement "A ne se réalise pas"

La probabilité est donnée par

$$\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$$

### Événements indépendants

Lorsque deux événements  $A$  et  $B$  sont indépendants (ils n'ont « rien à voir »), alors

$$\mathbb{P}(A \text{ et } B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

## Arbres de probabilité

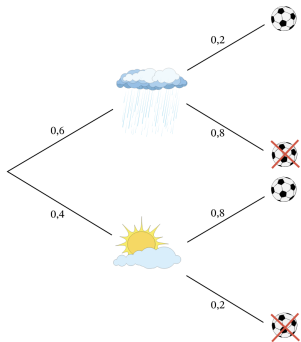
La probabilité qu'il pleuve un jour donné est de 0,6. S'il pleut, la probabilité qu'un groupe d'amis joue au football est de 0,2. S'il ne pleut pas, la probabilité qu'ils jouent au football devient 0,8.

Calculez la probabilité que les amis jouent au football

## Arbres de probabilité

La probabilité qu'il pleuve un jour donné est de 0,6. S'il pleut, la probabilité qu'un groupe d'amis joue au football est de 0,2. S'il ne pleut pas, la probabilité qu'ils jouent au football devient 0,8.

Calculez la probabilité que les amis jouent au football



Merci !

---

Des questions ?

# Statistiques

---

Les statistiques sont la science d'analyse des données





## Vocabulaire de la statistique

Nous étudions des **caractères** de chaque individu.

L'ensemble des individus est appelé la **population**.

Le caractère peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision).

L'ensemble des données collectées s'appelle une **série statistique**.

## Vocabulaire de la statistique

Nous étudions des **caractères** de chaque individu.

L'ensemble des individus est appelé la **population**.

Le caractère peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision).

L'ensemble des données collectées s'appelle une **série statistique**.

» **Exemple** : On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP
---	----	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----

- population ?

## Vocabulaire de la statistique

Nous étudions des **caractères** de chaque individu.

L'ensemble des individus est appelé la **population**.

Le caractère peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision).

L'ensemble des données collectées s'appelle une **série statistique**.

» **Exemple** : On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP
---	----	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----

- population ?
- individus ?

## Vocabulaire de la statistique

Nous étudions des **caractères** de chaque individu.

L'ensemble des individus est appelé la **population**.

Le caractère peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision).

L'ensemble des données collectées s'appelle une **série statistique**.

» **Exemple** : On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP
---	----	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----

- population ?
- individus ?
- caractère ?



## Effectif

Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total** de la série. Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

## Effectif

Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total** de la série. Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

» **Exemple** : On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP
---	----	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----

- effectif total ?

## Effectif

Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total** de la série. Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

» **Exemple** : On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP
---	----	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----

- effectif total ?
- effectif DP ?



## Effectif

Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total** de la série. Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

» **Exemple** : On a demandé aux 28 élèves d'une classe leur régime (demi-pensionnaire – DP – ou externe E). La série brute des résultats de cette enquête est la suivante :

E	DP	E	E	E	DP	E	DP	DP	DP	E	DP	DP	E	E	DP	DP	E	E	E	DP	E	E	DP	DP	E	E	DP
---	----	---	---	---	----	---	----	----	----	---	----	----	---	---	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	----

- effectif total ?
- effectif DP ?
- effectif E ?



# Fréquence

## Fréquence

La **fréquence** d'un caractère est le quotient

$$\frac{\text{effectif du caractère}}{\text{effectif total}} \in [0, 1]$$

La fréquence **en pourcentage** est l'écriture

$$\text{fréquence} \times 100 = \frac{\text{effectif du caractère}}{\text{effectif total}} \times 100 \in [0, 100]$$

## Fréquence

La fréquence d'un caractère est le quotient

$$\frac{\text{effectif du caractère}}{\text{effectif total}} \in [0, 1]$$

La fréquence **en pourcentage** est l'écriture

$$\text{fréquence} \times 100 = \frac{\text{effectif du caractère}}{\text{effectif total}} \times 100 \in [0, 100]$$

### ■ Énoncé

Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles.  
Calcule la fréquence puis la fréquence en pourcentage des filles dans cette classe.

# Représenter les données

---

# Diagrammes circulaires

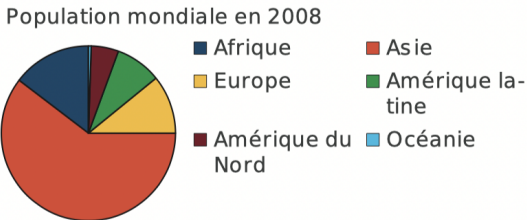
## Diagrammes circulaires

Dans un diagramme circulaire (ou semi-circulaire), les mesures des angles au centre (ou des aires) sont proportionnelles aux quantités représentées.

# Diagrammes circulaires

## Diagrammes circulaires

Dans un diagramme circulaire (ou semi-circulaire), les mesures des angles au centre (ou des aires) sont proportionnelles aux quantités représentées.



# Diagrammes en bâtons

## Diagrammes en bâtons

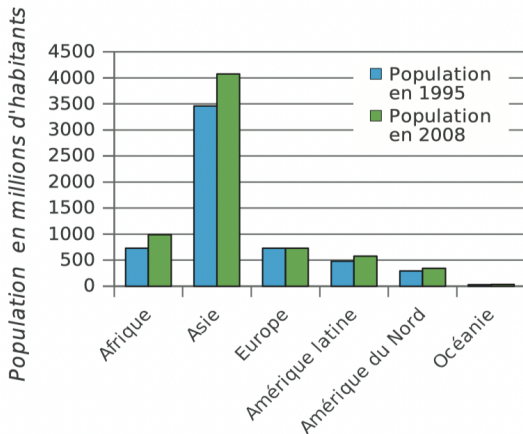
Dans un diagramme en barres (ou en bâtons), les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités représentées.



# Diagrammes en bâtons

## Diagrammes en bâtons

Dans un diagramme en barres (ou en bâtons), les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités représentées.



# Plusieurs représentations

- évolutions (graphiques, juxtapositions)
- proportions (diagrammes circulaires)
- répartitions (diagrammes en bâtons)

# Outils statistiques

---

Moyenne

## Moyenne

La moyenne d'une série statistique  $x_1, \dots, x_n$  est

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

## Moyenne

La moyenne d'une série statistique  $x_1, \dots, x_n$  est

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

### ■ Énoncé

Sophie a calculé le temps qu'elle a passé devant la télévision la semaine dernière.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Temps en min	62	57	110	60	46	122	131

Calcule le temps moyen passé par Sophie devant la télévision.

## Moyenne

La moyenne d'une série statistique  $x_1, \dots, x_n$  est

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

### ■ Énoncé

Les élèves de 4<sup>B</sup> du collège de Potigny ont indiqué le nombre de livres qu'ils ont lus durant le mois de septembre. Voici les résultats de l'enquête.

<b>Nombre de livres lus</b>	0	1	2	3	7	8	15
<b>Effectif</b>	12	4	3	3	1	1	1

Calcule le nombre de livres lus, en moyenne par les élèves de 4<sup>B</sup> en septembre.

# Médiane



## Médiane et étendue

La **médiane**  $m$  d'une série dont les valeurs sont ordonnées est la plus petite valeur telle qu'il y ait au moins la moitié de l'effectif inférieur à cette valeur.

L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

## Médiane et étendue

La **médiane**  $m$  d'une série dont les valeurs sont ordonnées est la plus petite valeur telle qu'il y ait au moins la moitié de l'effectif inférieur à cette valeur.

L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

### ■ Énoncé

Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16	12	1	9	17	19	13	10	4	8	7	8	14	12	14	9
----	----	---	---	----	----	----	----	---	---	---	---	----	----	----	---

Détermine une valeur médiane, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

Merci !

---

Des questions ?