

TD 8 – Zoologie du calcul

Le calcul sous toutes ses formes

Nathalie Delhayé
Didier Lesesvre

Typologie des calculs

Typologie des calculs (supports)

Calcul

Typologie des calculs (supports)

Mental



Calcul



Typologie des calculs (supports)

Mental



Posé

$A = 42 \times (6 + 9)$	$B = (10 - 7 + 3) \times 3$
$A = 72 \times 6 + 10 \times 9$	$B = 70 \times 3 - 7 \times 3 + 3 \times 3$
$C = 8 \times (11 - 3)$	$C = 8 \times (11 - 3)$
$C = 8 \times 11 - 8 \times 3$	$C = 8 \times 8$
$C = 88 - 24$	$C = 72$
$C = 72$	
$D = 54 \times (5 + 10)$	$D = 54 \times (5 + 10)$
$D = 54 \times 5 + 54 \times 10$	$D = 54 \times 15$
$D = 270 + 540$	$D = 810$
$D = 810$	

Calcul

Typologie des calculs (supports)

Mental



Posé

Handwritten mathematical calculations on a grid background. The problems are arranged in two columns. The first column contains: $A = -12 \times (6 + 9 \times 4)$, $A = -72 \times 6 + 12 \times 36$, $C = 8 \times (-11 - 3)$, $C = 8 \times -11 - 8 \times 3$, $C = 88 - 72$, $C = 16$, $D = 54 \times (5 + 10)$, $D = 54 \times 5 + 54 \times 10$, $D = 270 + 540$, and $D = 810$. The second column contains: $B = (-10 - 7 + 3) \times 3$, $B = -70 \times 3 - 7 \times 3 + 3 \times 3$, $C = 8 \times (-11 - 3)$, $C = 8 \times 2$, $C = 16$, $D = 54 \times (5 + 10)$, $D = 54 \times 15$, $D = 810$, and $D = 810$. Some final results are boxed.

Calcul

Instrumenté



Typologie des calculs (procédures)

Calcul

Typologie des calculs (procédures)

Mémorisé

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Calcul



Typologie des calculs (procédures)

Mémorisé

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Automatisé

326	5
-30	65
26	
-25	
1	

Calcul

Typologie des calculs (procédures)

Mémorisé

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Automatisé

326	5
-30	65
26	
-25	
1	

Calcul

Réfléchi



Calcul mental

Calcul en ligne

Mettre en oeuvre des procédures, en appui sur l'écrit :

- $7063 \times 100 =$
- $6,008 \times 10 =$
- $3459 + 9 =$
- $32\,503 - 99 =$
- $12\,568 : 2 =$
- $32 \times 25 =$

Quelles stratégies avez-vous utilisées pour calculer ?

Exercices d'entraînement

Calcul en ligne

Mettre en oeuvre des procédures, en appui sur l'écrit :

- $7063 \times 100 =$
- $6,008 \times 10 =$
- $3459 + 9$
- $32\,503 - 99 =$
- $12\,568 : 2 =$
- $32 \times 25 =$

Quelles stratégies avez-vous utilisées pour calculer ?

Avec nos élèves :

faire verbaliser leurs procédures, sans imposer la procédure experte

Quelques procédures possibles

Exemples de procédures possibles pour $27 + 9$

Procédures	Analyse
	« Visualisation d'un compteur dans la tête » Quand on ajoute 9 à un nombre, le chiffre des dizaine augmente de 1 et celui des unités diminue de 1 (utilisation majoritaire)
$27 + 10 - 1$	Décomposition de 9 en $10 - 1$ (utilisation très fréquente)
$27 - 1 + 10$	Cette procédure est présentée comme une variante de la procédure précédente
$27 + 3 + 6$	Décomposition du 9 permettant le passage à la dizaine supérieure

Quelques procédures possibles

Exemples de procédures possibles pour $27 + 9$

Procédures	Analyse
$20 + 7 + 9$	Décomposition canonique du nombre 27 pour utiliser le fait numérique mémorisé : « $7+9 = 16$ »
$27 \rightarrow 36$	Le nombre 27 est considéré comme 3×9 donc ajouter 9 c'est trouver le multiple suivant. (procédure peu utilisée)
$27 + 9$ $= 29 + 7$ $= 29 + 1 + 6$	Echange des unités puis décomposition additive du 7 permettant le passage à la dizaine supérieure (procédure peu utilisée)

Calcul mental

Transférer ces procédures “dans sa tête”

Le calcul mental n'interdit pas de recourir à l'écrit, il préconise d'utiliser la **connaissance sur les nombres** et de ne pas utiliser les techniques opératoires posées.

- 5 calculs énoncés

Calcul mental

« Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper **la place principale** à l'école élémentaire et faire l'objet d'une **pratique régulière**, dès le cycle 2.

Calcul mental

« Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper **la place principale** à l'école élémentaire et faire l'objet d'une **pratique régulière**, dès le cycle 2.

Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la **vie quotidienne** (résultat exact ou ordre de grandeur).

Calcul mental

« Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper **la place principale** à l'école élémentaire et faire l'objet d'une **pratique régulière**, dès le cycle 2.

Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la **vie quotidienne** (résultat exact ou ordre de grandeur).

Elle est nécessaire également à une bonne compréhension de **certaines notions** (proportionnalité, relatifs, fractions).

Calcul mental

« Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper **la place principale** à l'école élémentaire et faire l'objet d'une **pratique régulière**, dès le cycle 2.

Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la **vie quotidienne** (résultat exact ou ordre de grandeur).

Elle est nécessaire également à une bonne compréhension de **certaines notions** (proportionnalité, relatifs, fractions).

Une pratique régulière du calcul mental réfléchi permet de familiariser les élèves avec les nombres et d'approcher certaines **propriétés des opérations**. »

(Document d'application des programmes)

Et au cycle 1 ?

L'enseignant favorise le développement très progressif de la notion de nombre dès la petite section et tout au long du cycle 1, en proposant **de manière fréquente et régulière** des situations de résolution de problèmes mettant en jeu des nombres.

- quantifier des collections (jusqu'à 10)
- composer, décomposer, recomposer (jusqu'à 10)
- ajouter ou enlever (jusqu'à 10)

Avantages

- travailler de nouvelles opérations (ajouter 5, ...)
- concentration, procédures efficaces (rythme soutenu)
- mémoire auditive
- attention
- esprit d'initiative

Exemples d'activités au cycle 1

Des activités au cycle 1

Développer le comptage-itération et la décomposition des premiers nombres pour poser les bases du calcul réfléchi (Rémy Brissiaud)

<http://goupil.eklablog.fr/compter-comme-des-chefs-en-mettant-en-relation-les-quantites-a184546324>

Des activités au cycle 1

Proposer des situations où on représente les nombres de différentes manières : **le jeu du Lucky Lukel**

<https://www.youtube.com/watch?v=pW4FNZkWQRE>

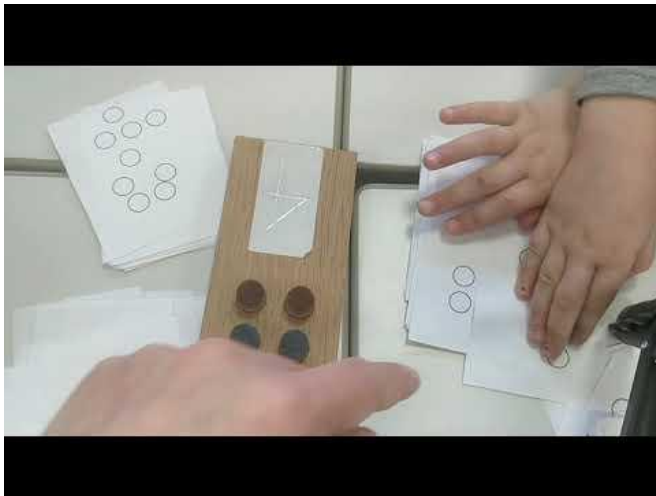
Des activités au cycle 1

Proposer des petits problèmes de calcul : **le jeu du Greli-Grelo**



Des activités au cycle 1

Proposer des activités privilégiant la décomposition plutôt que le comptage : **le jeu du “tape juste”**



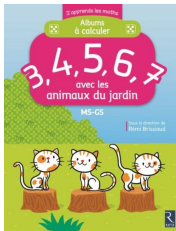
Des activités au cycle 1

Proposer des activités privilégiant la décomposition plutôt que le comptage : **le jeu des dés**

<https://video.crdp.ac-versailles.fr/scolawebtv/7/6/2/52762.mp4>

Des activités au cycle 1

Utiliser des **guides pédagogiques** qui mettent en évidence les relations entre les nombres :
les fiches à comparer, les albums à calculer



Exemples d'activités au cycle 2

Des activités au cycle 2

3 types de calcul à l'école élémentaire :

- calcul réfléchi : en ligne et mental
- calcul posé : techniques opératoires
- calcul instrumenté (la calculatrice au cycle 3)

Aujourd'hui, nous allons développer le **calcul réfléchi**

- manipuler les nombres sous leurs différents aspects
- utiliser les particularités des nombres en jeu
- dégager des propriétés des nombres
- choix de stratégie, inventivité
- s'entraîner au calcul

Des activités au cycle 2 : calcul réfléchi

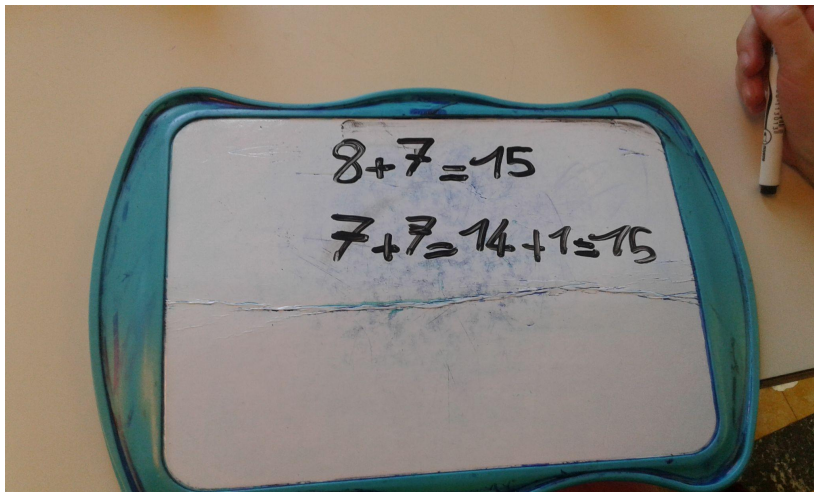
Deux types de séances à développer dans les classes :

- valorisation des **procédures**, en appui sur la numération
→ séances “longues” (25 à 30 min)
- mémorisation des **faits numériques** (pas uniquement en devoirs !)
→ séances courtes et ritualisées (10 à 15 min)

Des activités au cycle 2

Amener nos élèves à s'appuyer sur des procédures :

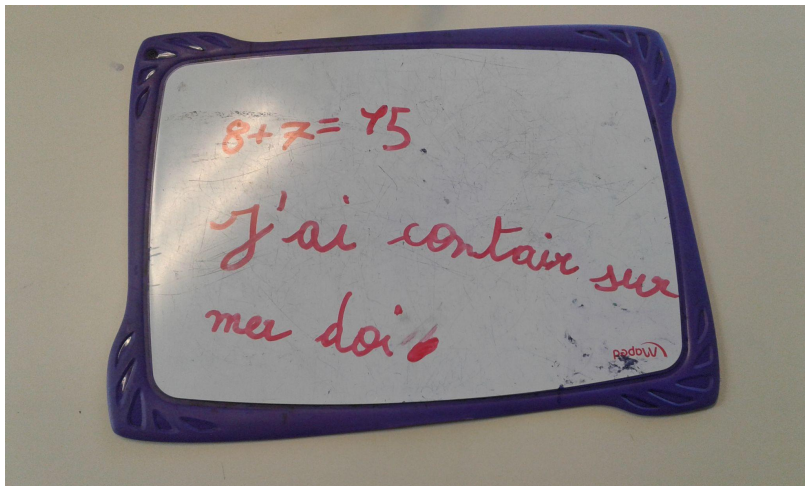
Comment as-tu fait pour trouver le résultat ?



Des activités au cycle 2

Amener nos élèves à s'appuyer sur des procédures :

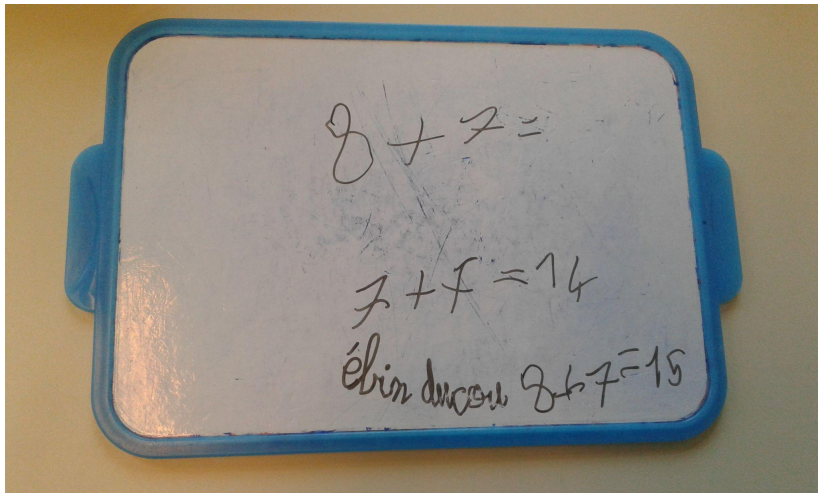
Comment as-tu fait pour trouver le résultat ?



Des activités au cycle 2

Amener nos élèves à s'appuyer sur des procédures :

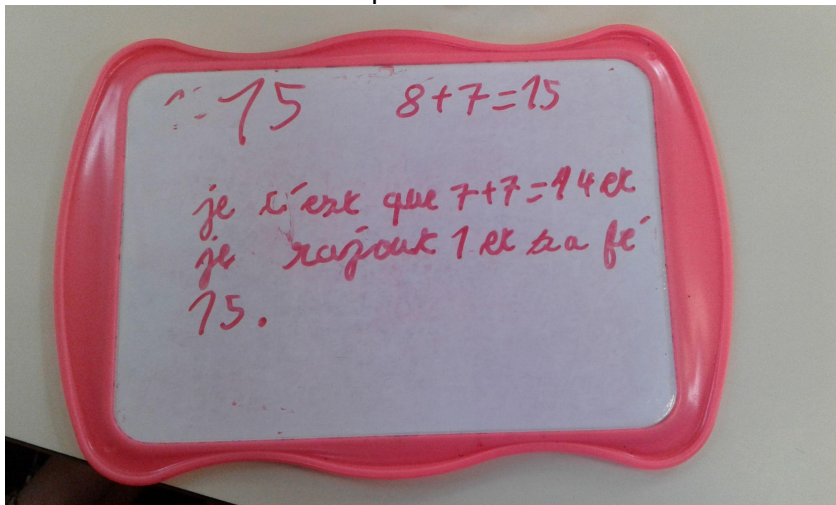
Comment as-tu fait pour trouver le résultat ?



Des activités au cycle 2

Amener nos élèves à s'appuyer sur des procédures :

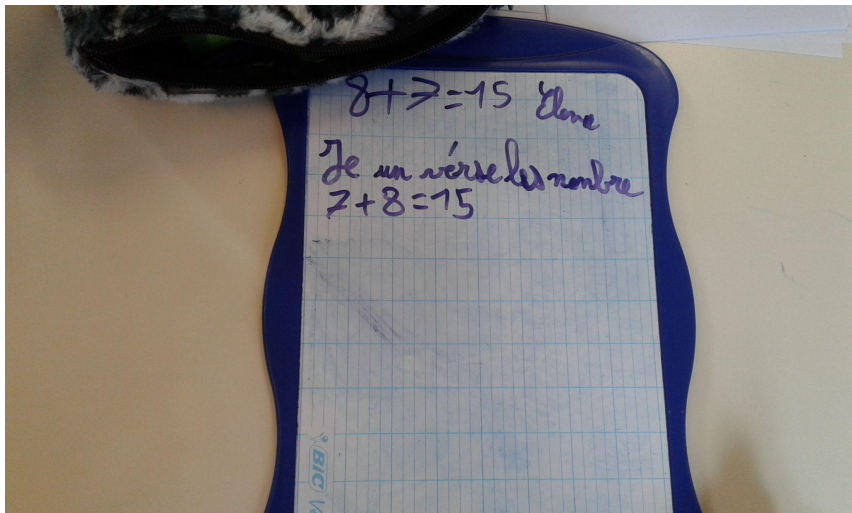
Comment as-tu fait pour trouver le résultat ?



Des activités au cycle 2

Amener nos élèves à s'appuyer sur des procédures :

Comment as-tu fait pour trouver le résultat ?



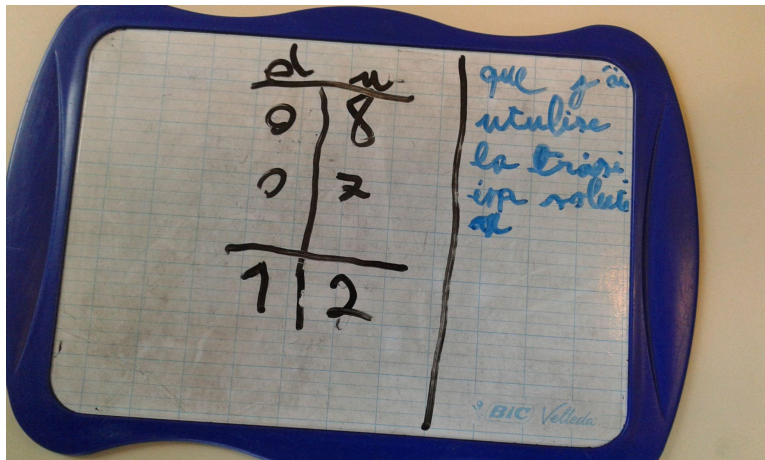
Des activités au cycle 2

Amener nos élèves à s'appuyer sur des procédures :
Comment as-tu fait pour trouver le résultat ?



Des activités au cycle 2

Ce que l'on cherche à éviter...
A nous de faire évoluer cette procédure !



Analyse de travaux d'élèves

On demande aux élèves de calculer 8×3 .
Quelles propriétés de la multiplication utilisent-ils ?

Production A

$$8 \times 3 = 24$$

Explique comment tu as fait pour trouver le résultat. Tu peux écrire les calculs que tu as effectués dans ta tête.

J'ai fait $3+3+3+3+3+3+3+3$
 $= 24$.

Production B

$$\begin{aligned} 10 \times 3 &= 30 \\ 9 \times 3 &= 27 \\ 8 \times 3 &= 24 \end{aligned}$$

Production C

$$\begin{aligned} 6+6 &= 12 \\ 6+6 &= 12 \end{aligned} \rightarrow 12+12 = 24$$

Production D

Je connais par cœur.

Production E

$$\begin{aligned} &\text{j'ai fait } 8+8=16+8=24 \\ &\text{dans ma tête.} \end{aligned}$$

Production F

J'ai fait $8+8+8$ et j'ai trouvé 24.

Analyse de travaux d'élèves

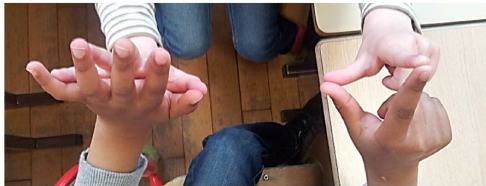
Quelles propriétés de la multiplication utilisent-ils ?

On voit bien la nécessité d'un travail sur le sens de la multiplication en amont de la mémorisation...

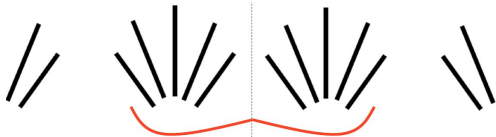
Des activités à l'école élémentaire

Amener nos élèves à mémoriser des faits numériques

manipuler



représenter

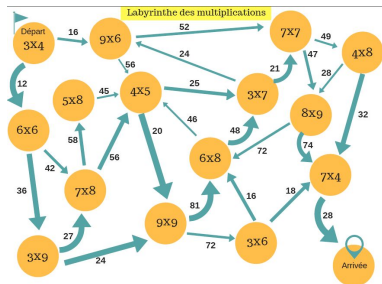


abstraire

$$\begin{aligned} 7 + 7 &= 5 + 2 + 5 + 2 \\ &= 5 + 5 + 2 + 2 \\ &= 10 + 4 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Des activités à l'école élémentaire

Amener nos élèves à mémoriser des faits numériques
des jeux en classe



CALCUL MENTAL

Trouve 5 façons de fabriquer 10 avec les nombres ci-dessous. Tu peux utiliser toutes les opérations (addition, soustraction, multiplication, division) et les combiner.

Chaque nombre peut être utilisé plusieurs fois.

28

9

Exemple :
 $8 + 2$

8

2

1

15

5

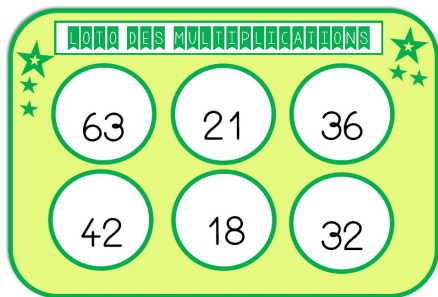
7

100

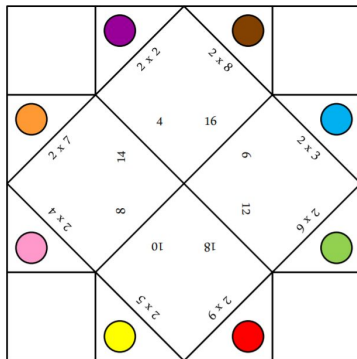
35

Des activités à l'école élémentaire

Amener nos élèves à mémoriser des faits numériques
des jeux en classe



$$6 \times 4$$
$$6 \times 5$$



Des activités à l'école élémentaire

Amener nos élèves à mémoriser des faits numériques

The screenshot shows the Calcul@Tice website. The header features the 'Calcul@Tice' logo, the 'Académie de Lille' logo, and the 'Direction des services départementaux de l'éducation nationale Nord'. To the right are logos for the 'Ministère de l'Éducation Nationale, de la Jeunesse et des Sports' and 'Sésamath'. A navigation bar contains links: 'Actualités', 'Les exercices', 'L'application', 'Ressources TNI', 'Documentation', 'Le rallye', and 'Contacts'. Below this is a level selection bar with buttons for 'Accueil', 'Niveau CP', 'Niveau CE1', 'Niveau CE2', 'Niveau CM1', 'Niveau CM2', and 'Niveau 6ème'. The main content area is titled 'Exercices en accès libre' and contains the text: 'Vous pouvez télécharger des grilles de suivi dans la rubrique documentation'. Below this, it says 'Choisissez un pseudonyme et cliquez sur "Connexion".' followed by a text input field. To the right, under the heading 'Vous utilisez une tablette ?', there is a button labeled 'Touchez ici'.

Calcul@Tice | **Académie de Lille** | Direction des services départementaux de l'éducation nationale Nord

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

Sésamath

Nord

Actualités | Les exercices | L'application | Ressources TNI | Documentation | Le rallye | Contacts

Accueil | Niveau CP | Niveau CE1 | Niveau CE2 | Niveau CM1 | Niveau CM2 | Niveau 6ème

Exercices en accès libre

Vous pouvez télécharger des grilles de suivi dans la rubrique documentation

Choisissez un pseudonyme et cliquez sur "Connexion".

Vous utilisez une tablette ?

Touchez ici

Calcul mémorisé

Tables d'addition, de multiplication, compléments à 10...

Tables d'addition, de multiplication, compléments à 10...

Intérêts

- rapide
- libère la réflexion pour autre chose

Exemples

- tables d'addition
- tables de multiplication (jusqu'à 10)
- puissances de 10
- compléments à 10

Des exemples de traces écrites

Traces écrites possibles au cycle 2

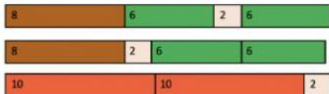


DEPLACER POUR VOIR 10

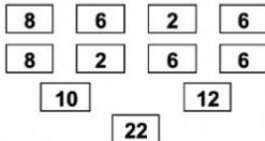
ou **POUR VOIR LES DOUBLES**

$$8 + 6 + 2 + 6$$

1) Avec les barres des nombres



2) Avec les étiquettes nombres



Je déplace et je
regroupe les bandes

ou les nombres :

- pour obtenir 10
(complément à 10)
- pour trouver un
double

3) Avec les nombres

$$\begin{array}{ccccccc} 8 & + & 6 & + & 2 & + & 6 \\ 8 & + & 2 & + & 6 & + & 6 \\ \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \\ 10 & & & + & 12 & & = 22 \end{array}$$

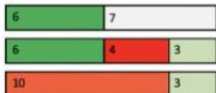
Traces écrites possibles

B

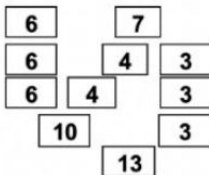
CASSER POUR FAIRE 10

$$6 + 7$$

1) Avec les barres des nombres



2) Avec les étiquettes nombres



- Je casse le 7 en 4 et 3
- Je regroupe le 6 et le 4 pour obtenir 10
(complément à 10)
- Je rajoute le 3

3) Avec les nombres

A number sentence diagram is shown. The equation $6 + 7 = 13$ is at the top. Below it, the number 7 is decomposed into 4 and 3. The number 6 is circled in blue. Below the 6, the number 4 is written, and an arrow points from the 4 to the 6. Below the 4, the number 10 is written, and an arrow points from the 10 to the 6. The final equation shown is $10 + 3 = 13$.

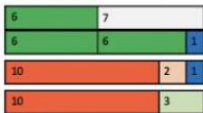
Traces écrites possibles



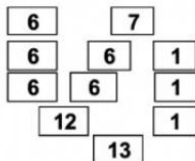
CASSER POUR VOIR LES DOUBLES

$$6 + 7$$

1) Avec les barres des nombres



2) Avec les étiquettes nombres



- Je casse le 7 en 6 et 1

- Je regroupe les doubles le 6 et le 6 pour obtenir 12

- Je rajoute le 1

3) Avec les nombres

$$\begin{array}{rcl} 6 & + & 7 = 13 \\ 6 & + & 1 \\ \hline 12 & + & 1 = 13 \end{array}$$

Traces écrites possibles

A diagram illustrating the relationship between addition and subtraction facts for the number 8. On the left, the equation $5 + 3 = 8$ is written in red. Three blue arrows originate from the right side of this equation and point to three separate equations on the right, all written in blue. The top arrow points to $3 + 5 = 8$, the middle arrow points to $8 - 3 = 5$, and the bottom arrow points to $8 - 5 = 3$.

$$5 + 3 = 8$$
$$3 + 5 = 8$$
$$8 - 3 = 5$$
$$8 - 5 = 3$$

Traces écrites possibles

Ajouter 1

Ajouter 1, c'est ajouter une unité.

Ajouter 1, c'est aussi avancer d'une case sur la frise numérique.

~~24~~ ➡ 25

+1 unité

Exemple :

$$24 + 1 = 25$$



Enlever 1

Enlever 1, c'est enlever une unité. Il faut donc changer le nombre des unités.

Enlever 1, c'est aussi reculer d'une case sur la frise numérique.

~~24~~ ➡ 23

-1 unité

Exemples :

$$24 - 1 = 23$$



Traces écrites possibles

Ajouter 10

Ajouter 10, c'est ajouter une dizaine.

Ajouter 10, c'est aussi avancer d'une ligne sur le tableau des nombres.

Exemple :



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Enlever 10

Enlever 10, c'est enlever une dizaine.

Enlever 10, c'est aussi reculer d'une ligne sur le tableau des nombres.

Exemple :



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Autres ressources

Mathador



Mathador

Nombre cible



Nombres à utiliser :



Une solution à 4 points

$$6 + 4 = 10$$

$$10 \times 7 = 70$$

$$70 - 9 = 61$$

Un coup Mathador

$$9 \times 7 = 63$$

$$6 + 2 = 8$$

$$8 \div 4 = 2$$

$$63 - 2 = 61$$



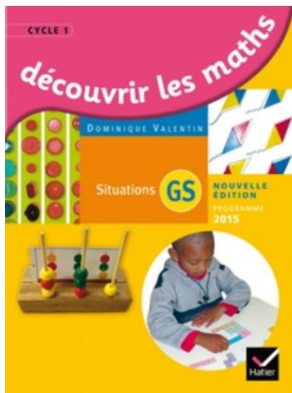
Manuels

PREMIERS PAS VERS LES MATHS

Les chemins de la réussite à l'école maternelle



Rémi Brissiaud



Merci !

Des questions ?