

TD 2

Ensembles de nombres

Didier Lesesvre

Les ensembles de nombres

Petite motivation

Connaître le **type de nombres** utilisés pour :

Connaître le **type de nombres** utilisés pour :

- savoir quelles **opérations** sont possibles

Connaître le **type de nombres** utilisés pour :

- savoir quelles **opérations** sont possibles
- être conscient des **conceptions** des élèves

Des nombres...

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... ; 2021 ; 2022 ; ... 219868737862197 ; ...

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... ; 2021 ; 2022 ; ... 219868737862197 ; ...

Nombres **entiers naturels** : \mathbb{N}

Des nombres...

-2021 ; -2020 ; ... ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ... 2021 ; ...

-2021 ; -2020 ; ... ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ... 2021 ; ...

Nombres **entiers relatifs** : \mathbb{Z}

Des nombres...

0,234 ; -3,14 ; 17,5 ; -38,0 ; 2021,290876 ; 2022 ; ...

Des nombres...

0,234 ; -3,14 ; 17,5 ; -38,0 ; 2021,290876 ; 2022 ; ...

Nombres **décimaux** : \mathbb{D}

Des nombres...

0,234 ; -3,14 ; 17,5 ; -38,0 ; 2021,290876 ; 2022 ; ...

Nombres **décimaux** : \mathbb{D}

Attention : les décimaux ont un nombre **fini** de décimales

0,234 ; -3,14 ; 17,5 ; -38,0 ; 2021,290876 ; 2022 ; ...

Nombres **décimaux** : \mathbb{D}

Attention : les décimaux ont un nombre **fini** de décimales

Propriété : les décimaux sont des rationnels admettant un dénominateur...

0,234 ; -3,14 ; 17,5 ; -38,0 ; 2021,290876 ; 2022 ; ...

Nombres **décimaux** : \mathbb{D}

Attention : les décimaux ont un nombre **fini** de décimales

Propriété : les décimaux sont des rationnels admettant un dénominateur... de la forme 10^n pour un certain entier n

Des nombres...

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{17}{10}, \frac{142}{71}, -\frac{2021}{2022}, 143\dots$$

Des nombres...

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{17}{10}, \frac{142}{71}, -\frac{2021}{2022}, 143\dots$$

Nombres **rationnels** : \mathbb{Q}

Des nombres...

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{17}{10}, \frac{142}{71}, -\frac{2021}{2022}, 143\dots$$

Nombres **rationnels** : \mathbb{Q}

Un nombre rationnel est un nombre de la forme

$$\frac{a}{b} \quad \text{où} \quad a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*$$

On appelle a le numérateur, b le dénominateur

Des nombres...

$\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{17}$; π ; $\log 2$; $1,33333\bar{3}$; $2021,145$; 10465738 ; ...

$\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{17}$; π ; $\log 2$; $1,33333\bar{3}$; $2021,145$; 10465738 ; ...

Nombres réels : \mathbb{R}

Schéma récapitulatif

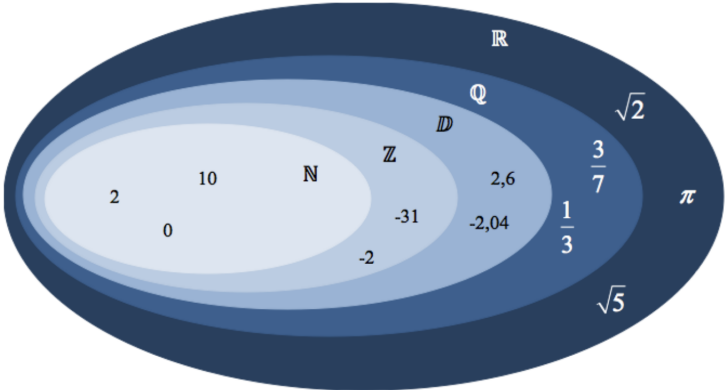
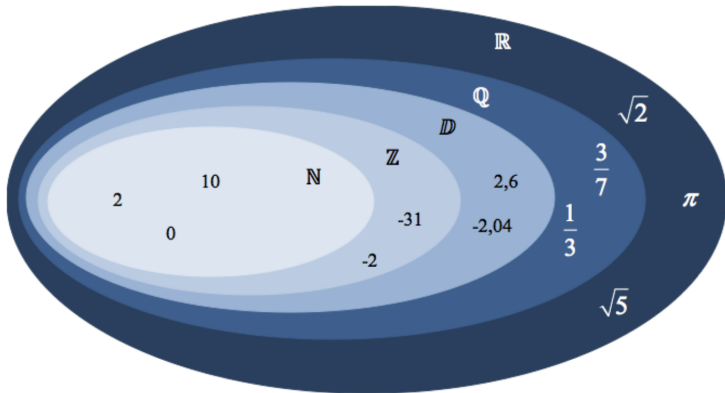
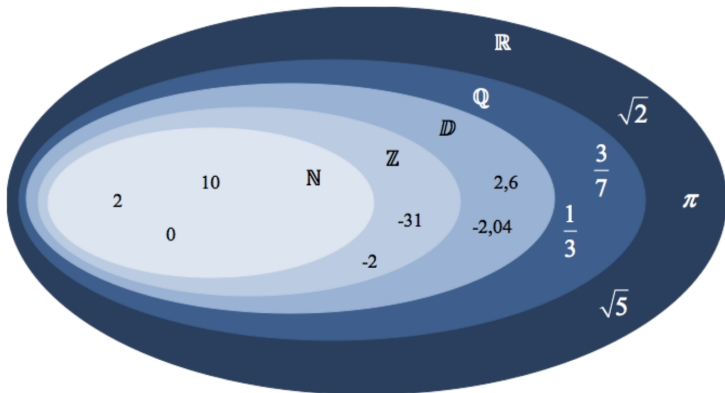


Schéma récapitulatif



Bonus : Quelles propriétés des opérations ? (internes ? inversibles ?)

Schéma récapitulatif



Bonus : Quelles propriétés des opérations ? (internes ? inversibles ?)

Motivation : Plus de possibilités (pour résoudre des problèmes)

Symboles mathématiques

- \in : appartient
- \notin : n'appartient pas
- \subset : est inclus dans
- \subsetneq : est strictement inclus dans
- $\not\subset$: n'est pas inclus dans

- \in : appartient
- \notin : n'appartient pas
- \subset : est inclus dans
- \subsetneq : est strictement inclus dans
- $\not\subset$: n'est pas inclus dans

Schéma récapitulatif

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{D} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R}$$

Pièges !

Ne vous fiez pas à la forme !

Ne vous fiez pas à la forme !

- 13,0

Ne vous fiez pas à la forme !

- 13,0 est aussi dans \mathbb{N}
- 3,5

Pièges !

Ne vous fiez pas à la forme !

- 13,0 est aussi dans \mathbb{N}
- 3,5 est aussi dans \mathbb{Q}
- $\frac{57}{3}$

Ne vous fiez pas à la forme !

- $13,0$ est aussi dans \mathbb{N}
- $3,5$ est aussi dans \mathbb{Q}
- $\frac{57}{3}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\frac{8,1}{0,9}$

Ne vous fiez pas à la forme !

- $13,0$ est aussi dans \mathbb{N}
- $3,5$ est aussi dans \mathbb{Q}
- $\frac{57}{3}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\frac{8,1}{0,9}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\sqrt{144}$

Ne vous fiez pas à la forme !

- $13,0$ est aussi dans \mathbb{N}
- $3,5$ est aussi dans \mathbb{Q}
- $\frac{57}{3}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\frac{8,1}{0,9}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\sqrt{144}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\frac{1}{3} = 0,3333\dots$

Ne vous fiez pas à la forme !

- $13,0$ est aussi dans \mathbb{N}
- $3,5$ est aussi dans \mathbb{Q}
- $\frac{57}{3}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\frac{8,1}{0,9}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\sqrt{144}$ est aussi dans \mathbb{N}
- $\frac{1}{3} = 0,3333\dots$ n'est **pas** dans \mathbb{D}

Propriétés des rationnels

Calculs avec les rationnels

Propriétés calculatoires avec $a, b, c, d, k \in \mathbb{Z}^*$

Calculs avec les rationnels

Propriétés calculatoires avec $a, b, c, d, k \in \mathbb{Z}^*$

- simplification : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$

Calculs avec les rationnels

Propriétés calculatoires avec $a, b, c, d, k \in \mathbb{Z}^*$

- simplification : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$
- multiplication : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Calculs avec les rationnels

Propriétés calculatoires avec $a, b, c, d, k \in \mathbb{Z}^*$

- simplification : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$
- multiplication : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- division : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Propriétés calculatoires avec $a, b, c, d, k \in \mathbb{Z}^*$

- simplification : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$

- multiplication : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

- division : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$

- addition (même dénominateur) : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a + b}{d}$

Calculs avec les rationnels

Propriétés calculatoires avec $a, b, c, d, k \in \mathbb{Z}^*$

- simplification : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$

- multiplication : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

- division : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$

- addition (même dénominateur) : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a + b}{d}$

- addition : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$

Rédaction

La rédaction est fondamentale

« Ce qui se conçoit bien s'énonce clairement,
Et les mots pour le dire arrivent aisément. »

Boileau, *L'Art poétique*, 1674

La rédaction est fondamentale

« Ce qui se conçoit bien s'énonce clairement,
Et les mots pour le dire arrivent aisément. »

Boileau, *L'Art poétique*, 1674

Importance de la rédaction

- objectif de **clarté** du raisonnement
- jusqu'à **5 points** (sur 40) pour la rédaction
- le seul moyen sûr de **convaincre** le correcteur (et vous)

Merci !

Des questions ?