TD 14 – Pythagore

Maîtriser les triangles rectangles

Didier Lesesvre

Racines carrées

Racines

Racines... mathématiques

Racines... mathématiques

Défintion : La **racine carrée** d'un nombre $a \geqslant 0$ est le nombre $x \geqslant 0$ tel que $x^2 = a$. On le note $x = \sqrt{a}$.

Racines... mathématiques

Défintion : La **racine carrée** d'un nombre $a \geqslant 0$ est le nombre $x \geqslant 0$ tel que $x^2 = a$. On le note $x = \sqrt{a}$.

Exemples

- $\sqrt{25} =$

Racines... mathématiques

Défintion : La **racine carrée** d'un nombre $a \geqslant 0$ est le nombre $x \geqslant 0$ tel que $x^2 = a$. On le note $x = \sqrt{a}$.

Exemples

- $\sqrt{25} = 5$
- $\sqrt{81} =$

Racines... mathématiques

Défintion : La **racine carrée** d'un nombre $a \geqslant 0$ est le nombre $x \geqslant 0$ tel que $x^2 = a$. On le note $x = \sqrt{a}$.

Exemples

- $\sqrt{25} = 5$
- $\sqrt{81} = 9$
- $\sqrt{2} =$

Racines... mathématiques

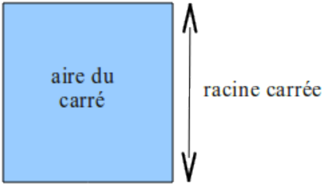
Défintion : La **racine carrée** d'un nombre $a \geqslant 0$ est le nombre $x \geqslant 0$ tel que $x^2 = a$. On le note $x = \sqrt{a}$.

Exemples

- $\sqrt{25} = 5$
- $\sqrt{81} = 9$
- $\sqrt{2} = 1.414...$

Interprétation géométrique

La racine carrée de a est la longueur du côté d'un carré d'aire a.



Propriétés

Propriétés

Propriétés

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

Propriétés

Propriétés

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$

Propriétés

Propriétés

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt{a}^2 = a$

Propriétés

Propriétés

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt{a}^2 = a$

Propriétés

Propriétés

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt{a}^2 = a$

... et les preuves ?

Propriétés

Propriétés

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt{a}^2 = a$

... et les preuves ?

Attention : En général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$!

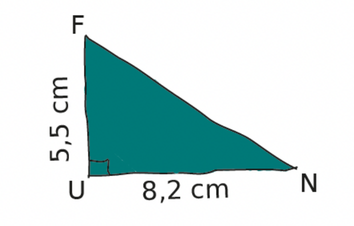
Théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypothénuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

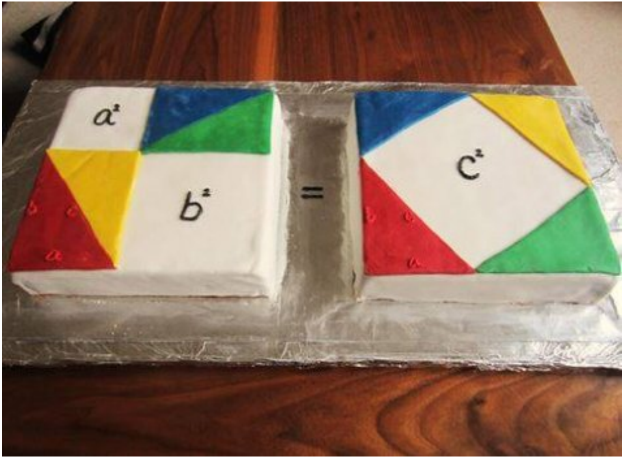


$$FN^2 = FU^2 + UN^2$$

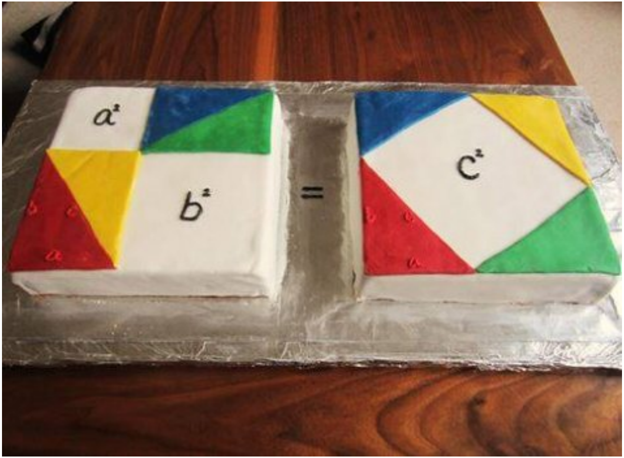
Déjà chez les Babyloniens !

Vers une preuve ?

Vers une preuve ?

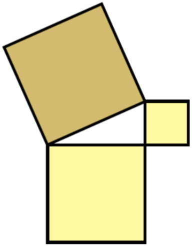


Vers une preuve ?

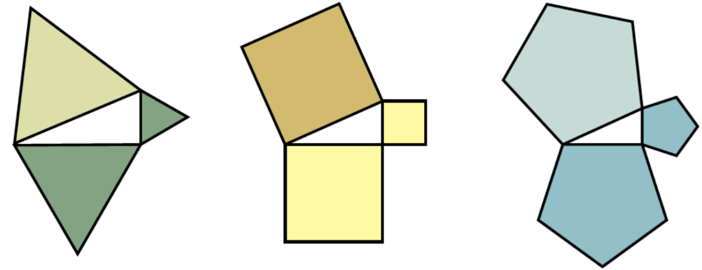


Une preuve parmi de nombreuses autres !

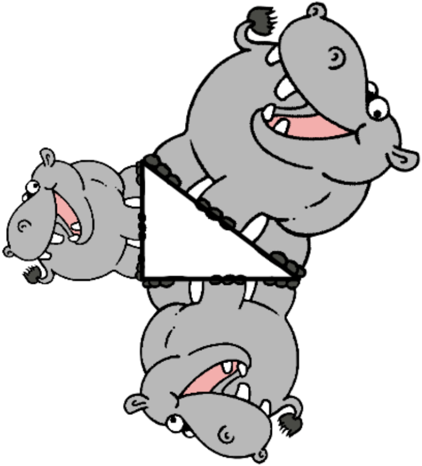
Relations entre aires



Relations entre aires



Relations entre aires



Réciproque du théorème de de Pythagore

Réciproque du théorème de de Pythagore

Théorème de Pythagore (réciproque)

Soit ABC un triangle tel que AB soit **le plus grand côté**.

Si $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors ce triangle est rectangle en C.

C'est une condition **nécessaire et suffisante** pour qu'un triangle soit rectangle en C

Trigonométrie

Qu'est-ce que la trigonométrie ?

Qu'est-ce que la trigonométrie ?

La trigonométrie (de $\tau\rho\iota\gamma\omega\nu o\varsigma$, triangulaire, et $\mu\varepsilon\tau\rho o\nu$, mesure) est la branche des mathématiques étudiant les relations entre distances et angles d'un triangle.

Qu'est-ce que la trigonométrie ?

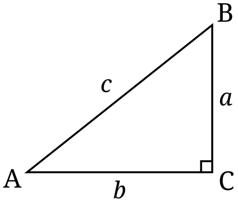
Qu'est-ce que la trigonométrie ?

La trigonométrie (de $\tau\rho\iota\gamma\omega\nu o\varsigma$, triangulaire, et $\mu\varepsilon\tau\rho o\nu$, mesure) est la branche des mathématiques étudiant les relations entre distances et angles d'un triangle.

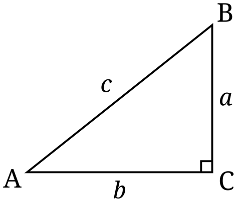
Et à quoi ça sert ?

- cartographie, navigation, GPS
- astronomie
- physique : mécanique, optique
- aviation
- biologie marine...

Fonctions trigonométriques



Fonctions trigonométriques



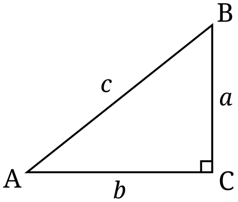
Les **fonctions trigonométriques** sont définies par

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$$

Fonctions trigonométriques



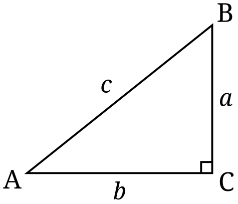
Les **fonctions trigonométriques** sont définies par SOHCAHTOA

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$$

Fonctions trigonométriques



Les **fonctions trigonométriques** sont définies par **CAHSOHTOA**

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{c}$$

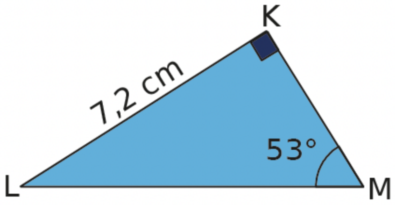
$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$$

Exemple

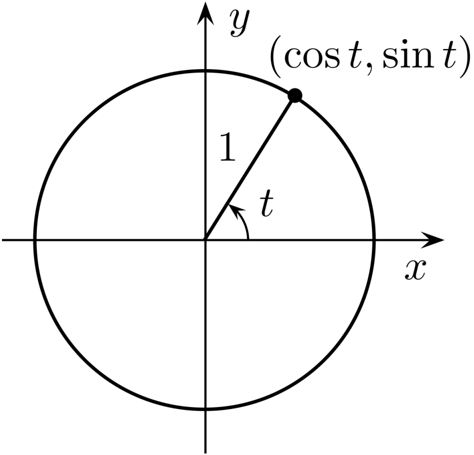
Énoncé

On considère KLM un triangle rectangle en K tel que KL = 7,2 cm et $\widehat{LMK} = 53°$.
Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.

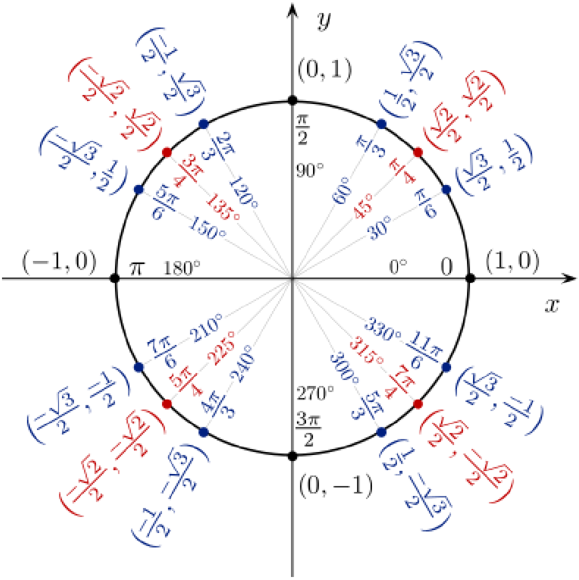


Le cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique



Le cercle trigonométrique – valeurs remarquables

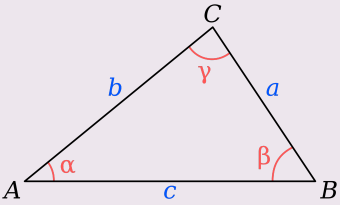


Bonus : un Pythagore non rectangle

Bonus : un Pythagore non rectangle

Théorème d'Al-Kashi, Loi des cosinus

Considérons un triangle ABC avec les notations suivantes :



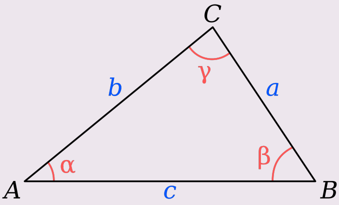
Alors on a

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Bonus : un Pythagore non rectangle

Théorème d'Al-Kashi, Loi des cosinus

Considérons un triangle ABC avec les notations suivantes :



Alors on a

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Cas particulier : Si ABC est rectangle en C, alors $\cos\gamma = 0$

Merci !

Des questions ?