

Grandeurs et mesures

Didier Lesesvre

Plan du cours

- Grandeurs, mesures et unités
- Programmes et attendus
- Histoire du système métrique
- Aparté : mesure du méridien
- Unités et divisions décimales
- Didactique et étapes d'enseignement

Grandeurs, mesures et unités

Une distinction importante

Attention, grandeur n'est pas mesure !

Grandeurs

Grandeur : caractéristique physique, chimique ou biologique

Exemples : longueur, aire, volume, masse, durée, vitesse, accélération, angle, température, intensité, date, altitude, etc.

Grandeur : caractéristique physique, chimique ou biologique

Exemples : longueur, aire, volume, masse, durée, vitesse, accélération, angle, température, intensité, date, altitude, etc.

- Les grandeurs peuvent être comparées **sans mesure**
- Les élèves les découvrent en **manipulant** des objets variés : classer, comparer, distinguer

Mesurer : appliquer une fonction (l'acte de mesurer) qui associe à chaque élément d'une famille un nombre (sa mesure)

Attention : « mesure » a deux significations, l'acte et le résultat

Mesurer : appliquer une fonction (l'acte de mesurer) qui associe à chaque élément d'une famille un nombre (sa mesure)

Attention : « mesure » a deux significations, l'acte et le résultat

Propriétés d'une mesure μ (comme fonction mathématique)

- positive : $\mu(x) \geq 0$
- nulle sur l'ensemble vide : $\mu(\emptyset) = 0$
- additive : $\mu(A \sqcup B) = \mu(A) + \mu(B)$

Nécessité d'un **étalon** pour mesurer des grandeurs (unité)

Historiquement, systèmes d'unités basés sur

- le corps humain (pouce, coudée, pied, etc.)
- les objets usuels (baril, pelletée, pinte, etc.)

Unités

Nécessité d'un **étalon** pour mesurer des grandeurs (unité)

Historiquement, systèmes d'unités basés sur

- le corps humain (pouce, coudée, pied, etc.)
- les objets usuels (baril, pelletée, pinte, etc.)

Problème : variations d'un lieu à l'autre (barrique US et UK)

Problème : en 1795, plus de 700 unités de mesure en France !

Unités

Nécessité d'un **étalon** pour mesurer des grandeurs (unité)

Historiquement, systèmes d'unités basés sur

- le corps humain (pouce, coudée, pied, etc.)
- les objets usuels (baril, pelletée, pinte, etc.)

Problème : variations d'un lieu à l'autre (barrique US et UK)

Problème : en 1795, plus de 700 unités de mesure en France !

Uniformisation nécessaire

- ensemble d'unités bien définies
- universellement reconnues

Nécessité d'un **étalon** pour mesurer des grandeurs (unité)

Historiquement, systèmes d'unités basés sur

- le corps humain (pouce, coudée, pied, etc.)
- les objets usuels (baril, pelletée, pinte, etc.)

Problème : variations d'un lieu à l'autre (barrique US et UK)

Problème : en 1795, plus de 700 unités de mesure en France !

Uniformisation nécessaire

- ensemble d'unités bien définies
- universellement reconnues
- constantes dans le temps et l'espace
- faciles à utiliser
- accessibles à tous, avec précision élevée

Révolution française : naissance d'un système métrique décimal

Grandeurs de base « MKS »

- longueur (le mètre)
- masse (le kilogramme)
- temps (la seconde)

Révolution française : naissance d'un système métrique décimal

Grandeurs de base « MKS »

- longueur (le mètre)
- masse (le kilogramme)
- temps (la seconde)

Problème : le progrès de la science nécessite de nouvelles unités

- électricité (tension, intensité, résistance, etc.)
- machine à vapeur (puissance, énergie, etc.)
- cinéma (intensité lumineuse, etc.)

La science des mesures s'appelle la **métrologie**

Métrologie fondamentale : définitions, réalisation, la conservation, l'amélioration et le transfert des références

Métrologie légale : assurer la fiabilité et la stabilité des mesures à usage commercial ou réglementaire, et prévenir les fraudes

La science des mesures s'appelle la **métrologie**

Métrologie fondamentale : définitions, réalisation, la conservation, l'amélioration et le transfert des références

Métrologie légale : assurer la fiabilité et la stabilité des mesures à usage commercial ou réglementaire, et prévenir les fraudes

Utilité et importance des mesures en pratique

- dosage des médicaments, radiothérapies, anesthésies
- sécurité alimentaire, normes d'hygiène
- suivi des heures travaillées, niveaux de bruit et d'éclairage des locaux professionnels, mesures d'atmosphères ambiantes
- vitesse, taux d'alcoolémie, efficacité du freinage des véhicules
- nuisances sonores, qualité de l'air et de l'eau

Programmes et attendus

Une place importante

Une grande partie des programmes dédiée aux grandeurs et mesures

Une place importante

Une grande partie des programmes dédiée aux grandeurs et mesures

"Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer)."

Mesure enseignée **implicitement** au CP, **explicitement** après

Programme

- Repères sur les premières grandeurs
- Par la perception visuelle, la manipulation d'objets
- Identification des premières caractéristiques descriptives

Programme

- Repères sur les premières grandeurs
- Par la perception visuelle, la manipulation d'objets
- Identification des premières caractéristiques descriptives

Attendus de fin de cycle

- Classer ou ranger selon longueur, masse, contenance

Cycle 2 (CP-CE1-CE2)

Programme

- Distinguer différentes grandeurs et utiliser le lexique : longueurs (et repérage sur une droite), masses, contenances, durées, prix
- Comparaisons : directe, d'objet à objet (juxtaposer deux baguettes), nécessiter la comparaison à un intermédiaire, ou à plusieurs objets de même grandeur (étalon)
- Grandeurs repérables (temps, température), activités de représentation sur un axe, de comparaison (avant, après ; plus froid, plus chaud), de soustraction (durée, écart)

Cycle 2 (CP-CE1-CE2)

Programme

- Distinguer différentes grandeurs et utiliser le lexique : longueurs (et repérage sur une droite), masses, contenances, durées, prix
- Comparaisons : directe, d'objet à objet (juxtaposer deux baguettes), nécessiter la comparaison à un intermédiaire, ou à plusieurs objets de même grandeur (étalon)
- Grandeurs repérables (temps, température), activités de représentation sur un axe, de comparaison (avant, après ; plus froid, plus chaud), de soustraction (durée, écart)

Attendus de fin de cycle

- **Comparer/mesurer** longueurs/masses/contenances/durées
- Utiliser le **lexique/unités/instruments** de mesure
- Résoudre des **problèmes** impliquant ces grandeurs

Programme

- Aire, périmètre, notion d'angle, notion de volume
- Mesurer une grandeur à partir d'un choix d'unité : combien d'unités ou de fractionnements
- Opérations sur les grandeurs donnant sens aux opérations
- Estimation, ordres de grandeur pour valider les résultats et donner un sens concret aux grandeurs et aux mesures

Cycle 3 (CM1-CM2-6e)

Programme

- Aire, périmètre, notion d'angle, notion de volume
- Mesurer une grandeur à partir d'un choix d'unité : combien d'unités ou de fractionnements
- Opérations sur les grandeurs donnant sens aux opérations
- Estimation, ordres de grandeur pour valider les résultats et donner un sens concret aux grandeurs et aux mesures

Attendus de fin de cycle

- **Comparer/estimer/mesurer** des grandeurs (périmètre)/aires/volumes/angles
- Utiliser le **lexique/unités/instruments** spécifiques
- Résoudre des **problèmes** impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres **décimaux**

Histoire du système métrique

Besoins de la vie quotidienne

- échanges commerciaux
- gestion du temps
- valeur de l'argent (après la monnaie)

Besoins de la vie quotidienne

- échanges commerciaux
- gestion du temps
- valeur de l'argent (après la monnaie)

La mesure nécessite un étalon, une unité, une référence. Ces unités peuvent être extrêmement personnelles (bande, verre, ficelle...)

Besoin de normaliser les mesures : le commerce par exemple exige que le mètre à Paris soit le même que le mètre au Caire. L'universalisation des définitions implique une certaine abstraction, pour qu'elle puisse être accessible par tous, reproductible.

Aperçu historique

1791-1795 : création du système métrique en France, mètre

Aperçu historique

1791-1795 : création du système métrique en France, mètre

1837 : système métrique obligatoire et enseigné

1875 : **Convention du mètre**. Le Bureau international des poids et mesures (BIPM) est créé. Système MKS

- mètre
- kilogramme
- seconde

Aperçu historique

1791-1795 : création du système métrique en France, mètre

1837 : système métrique obligatoire et enseigné

1875 : **Convention du mètre**. Le Bureau international des poids et mesures (BIPM) est créé. Système MKS

- mètre
- kilogramme
- seconde

1960 : introduction du **système international** de 7 unités (SI)

- électriques (1927)
- photométriques et radiométriques (1937)
- rayonnements ionisants (1960)
- chimie (1971)

Aperçu historique

1791-1795 : création du système métrique en France, mètre

1837 : système métrique obligatoire et enseigné

1875 : Convention du mètre. Le Bureau international des poids et mesures (BIPM) est créé. Système MKS

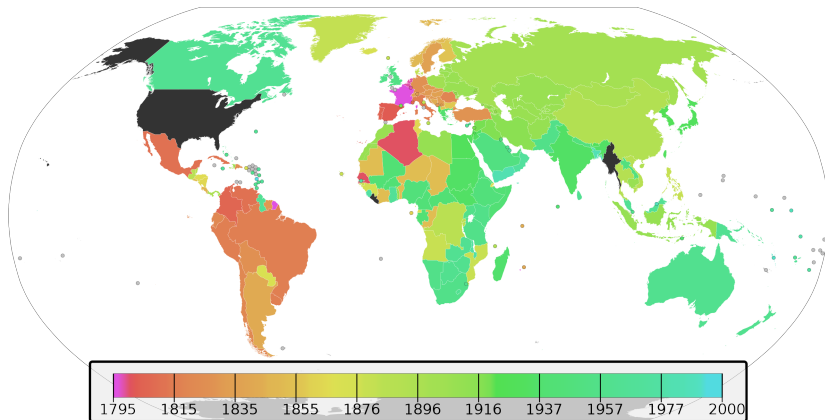
- mètre
- kilogramme
- seconde

1960 : introduction du **système international** de 7 unités (SI)

- électriques (1927)
- photométriques et radiométriques (1937)
- rayonnements ionisants (1960)
- chimie (1971)

2019 : redéfinition des unités de base du SI !

Métrification du monde



Système international (SI)

Les unités du SI

- mètre m (longueur)
- kilogramme kg (masse)
- seconde s (durée)
- ampère A (intensité électrique)
- kelvin K (température)
- mole mol (quantité de matière)
- candela cd (intensité lumineuse)

Système international (SI)

Les unités du SI

- mètre m (longueur)
- kilogramme kg (masse)
- seconde s (durée)
- ampère A (intensité électrique)
- kelvin K (température)
- mole mol (quantité de matière)
- candela cd (intensité lumineuse)

Les **7 grandeurs de base** sont considérées comme indépendantes par convention (mais les unités de base ne le sont pas)

1791 : le mètre est défini comme $1/40000$ méridien de la Terre

Histoire du mètre

1791 : le mètre est défini comme $1/40000$ méridien de la Terre

1889 : prototype international en platine iridié

Histoire du mètre

1791 : le mètre est défini comme 1/40000 méridien de la Terre

1889 : prototype international en platine iridié

1960 : 1 650 763,73 fois la longueur d'onde, dans le vide, d'une radiation orangée de l'atome krypton 86 (mesure par interféromètre). Retour à l'étalon naturel reproductible

Histoire du mètre

1791 : le mètre est défini comme 1/40000 méridien de la Terre

1889 : prototype international en platine iridié

1960 : 1 650 763,73 fois la longueur d'onde, dans le vide, d'une radiation orangée de l'atome krypton 86 (mesure par interféromètre). Retour à l'étalon naturel reproductible

1983 : la vitesse de la lumière est fixée à $c = 299\,792\,458$ m/s

Aparté : la mesure du méridien

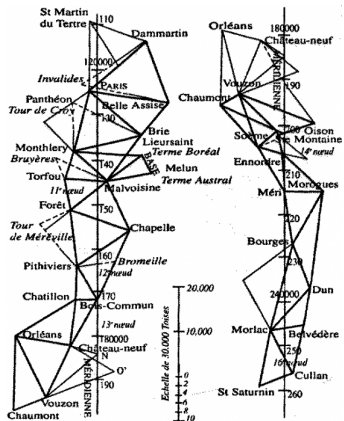
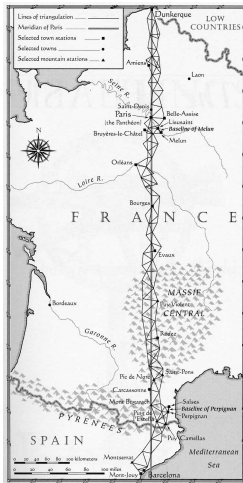
Le défi

Comment mesurer le **quart de méridien** terrestre ?



Triangulation de Dunkerque à Barcelone

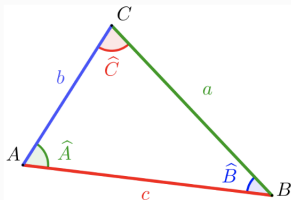
Défi de Delambre et Mechain (1791 – 1808)



Rappels de mathématiques

Géométrie

Soit ABC un triangle quelconque. La figure ci-dessous précise les notations utilisées pour les longueurs et les angles.



Somme des angles d'un triangle

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

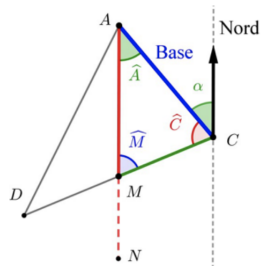
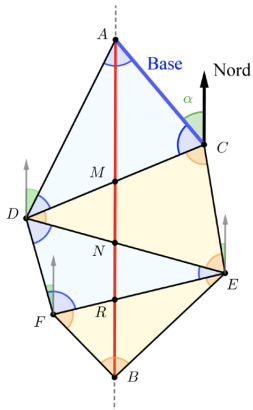
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Loi de sinus

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Principe de triangulation

Triangulation



Triangulation du méridien, de HK, etc.



Les autres unités du SI

Histoire du kilogramme

Masse d'un objet : quantité de matière qui constitue cet objet. À ne pas confondre avec le "poids" qui est une force, modélisant de l'interaction de la masse et du champ de gravitation ($\vec{P} = m\vec{g}$) !

Histoire du kilogramme

Masse d'un objet : quantité de matière qui constitue cet objet. À ne pas confondre avec le "poids" qui est une force, modélisant de l'interaction de la masse et du champ de gravitation ($\vec{P} = m\vec{g}$) !

1791 : masse d'un décimètre cube d'eau à 4 degrés centigrades. Il dépend donc d'une bonne définition du mètre

1799 : étalon en platine

1899 : étalon en platine iridé, pavillon de Breteuil

Histoire du kilogramme

Masse d'un objet : quantité de matière qui constitue cet objet. À ne pas confondre avec le "poids" qui est une force, modélisant de l'interaction de la masse et du champ de gravitation ($\vec{P} = m\vec{g}$) !

1791 : masse d'un décimètre cube d'eau à 4 degrés centigrades. Il dépend donc d'une bonne définition du mètre

1799 : étalon en platine

1899 : étalon en platine iridé, pavillon de Breteuil

Problème : contamination réversible de surface d'environ $1\mu\text{g}$ par an, nécessitant des nettoyages réglementés, et un réseau d'étalons

Histoire du kilogramme

Masse d'un objet : quantité de matière qui constitue cet objet. À ne pas confondre avec le "poids" qui est une force, modélisant de l'interaction de la masse et du champ de gravitation ($\vec{P} = m\vec{g}$) !

1791 : masse d'un décimètre cube d'eau à 4 degrés centigrades. Il dépend donc d'une bonne définition du mètre

1799 : étalon en platine

1899 : étalon en platine iridé, pavillon de Breteuil

Problème : contamination réversible de surface d'environ $1\mu\text{g}$ par an, nécessitant des nettoyages réglementés, et un réseau d'étalons

2019 : nouvelle définition reliant le kilogramme à l'équivalence en énergie d'un photon, à travers la constante de Planck ($E = h\nu$) désormais fixée

L'étalon du kilogramme



Histoire de la seconde

Histoire de la seconde

Historiquement : naturelle à partir du jour, puis multiples (semaines. . .) et sous-multiples (heures. . .).

Difficile à définir précisément (variation des jours, des années, de la révolution terrestre).

Permet de décrire **temps** (il est 13 h) et **durée** (il dure 90 min).

Histoire de la seconde

Historiquement : naturelle à partir du jour, puis multiples (semaines. . .) et sous-multiples (heures. . .).

Difficile à définir précisément (variation des jours, des années, de la révolution terrestre).

Permet de décrire **temps** (il est 13 h) et **durée** (il dure 90 min).

1791 : $1/86\,400$ du jour solaire moyen. La définition exacte du "jour solaire moyen" était laissée aux astronomes. Toutefois, les observations ont montré que cette définition n'était pas satisfaisante par suite des irrégularités de la rotation de la Terre.

Histoire de la seconde

Historiquement : naturelle à partir du jour, puis multiples (semaines. . .) et sous-multiples (heures. . .).

Difficile à définir précisément (variation des jours, des années, de la révolution terrestre).

Permet de décrire **temps** (il est 13 h) et **durée** (il dure 90 min).

1791 : $1/86\,400$ du jour solaire moyen. La définition exacte du "jour solaire moyen" était laissée aux astronomes. Toutefois, les observations ont montré que cette définition n'était pas satisfaisante par suite des irrégularités de la rotation de la Terre.

1967 : par un étalon atomique naturel du temps. La seconde est la durée de $9\,192\,631\,770$ périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 (au repos à 0 K).

Histoire de la température

Celsius, Farenheit, Kelvin (seule positive)

Histoire de la température

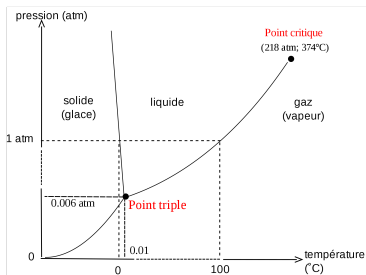
Celsius, Farenheit, Kelvin (seule positive)

1954 : on choisit le point triple de l'eau comme référence : le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau, i.e. par définition le point triple est à 273,16 K (la composition isotopique de l'eau est précisée).

Histoire de la température

Celsius, Farenheit, Kelvin (seule positive)

1954 : on choisit le point triple de l'eau comme référence : le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau, i.e. par définition le point triple est à 273,16 K (la composition isotopique de l'eau est précisée).



Unités de température alternatives

Celsius : l'eau gèle à 0°C , puis linéaire par rapport au K

La différence par rapport au point de congélation de l'eau,
 $T' = T - T_0$ où $T_0 = 273,15\text{ K}$, est appelé la température Celsius
(et donnée en degrés Celsius $^{\circ}\text{C}$)

Unités de température alternatives

Celsius : l'eau gèle à 0°C , puis linéaire par rapport au K

La différence par rapport au point de congélation de l'eau,

$T' = T - T_0$ où $T_0 = 273,15\text{ K}$, est appelé la température Celsius (et donnée en degrés Celsius $^{\circ}\text{C}$)

Fahrenheit : Historiquement, dans cette échelle, le point zéro était la température de solidification d'un mélange de chlorure d'ammonium et d'eau, et le point 96 était la température du corps :

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$$

Développement de l'électromagnétisme nécessitant de définir les constantes de manière uniforme à travers le monde, fin XIXe

Développement de l'électromagnétisme nécessitant de définir les constantes de manière uniforme à travers le monde, fin XIXe

1881-1908 : Plusieurs unités électromagnétiques internationales ont été définies et raffinées lors des différents congrès internationaux de l'électricité

Développement de l'électromagnétisme nécessitant de définir les constantes de manière uniforme à travers le monde, fin XIXe

1881-1908 : Plusieurs unités électromagnétiques internationales ont été définies et raffinées lors des différents congrès internationaux de l'électricité

1948 : L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur

Mole

Après la découverte des lois fondamentales de la chimie, on a utilisé, pour spécifier les quantités des divers éléments et composés chimiques, des unités portant par exemple les noms "atome-gramme" et "molécule-gramme". Les "poids atomiques" furent d'abord rapportés à celui de l'élément chimique oxygène (isotopes différents entre physiciens et chimistes!) pris par convention égal à 16

Mole

Après la découverte des lois fondamentales de la chimie, on a utilisé, pour spécifier les quantités des divers éléments et composés chimiques, des unités portant par exemple les noms "atome-gramme" et "molécule-gramme". Les "poids atomiques" furent d'abord rapportés à celui de l'élément chimique oxygène (isotopes différents entre physiciens et chimistes!) pris par convention égal à 16

1971 : La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12 (non lié, au repos, état fondamental)

Mole

Après la découverte des lois fondamentales de la chimie, on a utilisé, pour spécifier les quantités des divers éléments et composés chimiques, des unités portant par exemple les noms "atome-gramme" et "molécule-gramme". Les "poids atomiques" furent d'abord rapportés à celui de l'élément chimique oxygène (isotopes différents entre physiciens et chimistes !) pris par convention égal à 16

1971 : La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12 (non lié, au repos, état fondamental)

Constante d'Avogadro : le nombre d'atomes ci-dessus est dénoté $N_A = 6,02214076 \times 10^{23}$, et la valeur en mol est donc le nombre d'entité divisé par N_A

Les unités d'intensité lumineuse étaient à l'origine fondées sur des étalons à flamme ou à filament incandescent

Les unités d'intensité lumineuse étaient à l'origine fondées sur des étalons à flamme ou à filament incandescent

1948 : "bougie nouvelle" fondée sur la luminance du radiateur de Planck (corps noir) à la température de congélation du platine.
Difficultés expérimentales lourdes.

Les unités d'intensité lumineuse étaient à l'origine fondées sur des étalons à flamme ou à filament incandescent

1948 : "bougie nouvelle" fondée sur la luminance du radiateur de Planck (corps noir) à la température de congélation du platine. Difficultés expérimentales lourdes.

1979 : Le candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian.

Unités dérivées

L'idée du SI est aussi de dégager des unités fondamentales. On a ainsi des unités de base et des unités dérivées :

- aire en m^2
- volume en m^3
- vitesse en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- etc.

Unités dérivées

L'idée du SI est aussi de dégager des unités fondamentales. On a ainsi des unités de base et des unités dérivées :

- aire en m^2
- volume en m^3
- vitesse en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- etc.

Par souci de commodité, certaines unités dérivées cohérentes ont reçu un nom spécial et un symbole particulier.

- angles en radian rad : m/m
- fréquence en hertz Hz : s^{-1}
- force en newton N : $\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
- puissance en watt W : $\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
- tension électrique en volt V : $\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$

Autres unités fortement en usage

- minute, heure, jour
- angle : degré, minute, seconde
- aire : hectare
- volume : litre (note : symbole l ou L)
- masse : tonne

Systèmes et unités alternatifs

Autres unités fortement en usage

- minute, heure, jour
- angle : degré, minute, seconde
- aire : hectare
- volume : litre (note : symbole l ou L)
- masse : tonne

Unités anglo-saxonnes ou historiques

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| • pouce : 2,54 cm | • gallon : 4,5425 L (UK) |
| • pied : 30,48 cm | • mille marin : 1852 m |
| • mile : 1,609 344 km | • baril de pétrole, |
| • lieue : 4,828 032 km | charruée/pelletée, etc. |

Systèmes et unités alternatifs

Autres unités fortement en usage

- minute, heure, jour
- angle : degré, minute, seconde
- aire : hectare
- volume : litre (note : symbole l ou L)
- masse : tonne

Unités anglo-saxonnes ou historiques

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| • pouce : 2,54 cm | • gallon : 4,5425 L (UK) |
| • pied : 30,48 m | • mille marin : 1852 m |
| • mile : 1,609 344 km | • baril de pétrole, |
| • lieue : 4,828 032 km | charruée/pelletée, etc. |

Idée : Exercices de partitions, divisions, proportionnalité, etc.

Divisions décimales

Multiples et sous-multiples

Avant le système métrique, les système étaient **irréguliers** dans la manière de fractionner l'unité !

Avec le système métrique, le fractionnement se fait toujours de la même manière et permet en plus d'unifier les techniques de calcul.

Idée : calquer le système métrique sur la numération décimale

Multiples et sous-multiples

Avant le système métrique, les système étaient **irréguliers** dans la manière de fractionner l'unité !

Avec le système métrique, le fractionnement se fait toujours de la même manière et permet en plus d'unifier les techniques de calcul.

Idée : calquer le système métrique sur la numération décimale

Compromis de 1812

- Introduction des fractions décimales, très difficilement généralisées dans les pratiques
- Mise à jour d'unités traditionnelles (toise rallongée de 50cm...)

Multiples et sous-multiples

Avant le système métrique, les système étaient **irréguliers** dans la manière de fractionner l'unité !

Avec le système métrique, le fractionnement se fait toujours de la même manière et permet en plus d'unifier les techniques de calcul.

Idée : calquer le système métrique sur la numération décimale

Compromis de 1812

- Introduction des fractions décimales, très difficilement généralisées dans les pratiques
- Mise à jour d'unités traditionnelles (toise rallongée de 50cm...)

1837 : Loi Guizot, rendant exclusif le système décimal

Multiples et sous-multiples

Avant le système métrique, les système étaient **irréguliers** dans la manière de fractionner l'unité !

Avec le système métrique, le fractionnement se fait toujours de la même manière et permet en plus d'unifier les techniques de calcul.

Idée : calquer le système métrique sur la numération décimale

Compromis de 1812

- Introduction des fractions décimales, très difficilement généralisées dans les pratiques
- Mise à jour d'unités traditionnelles (toise rallongée de 50cm...)

1837 : Loi Guizot, rendant exclusif le système décimal

1960 : Nouvelle nomenclature savante est fixée, mêlant étymologies grecque et latine en appui système décimal

Tableau

1 000 ⁵	10 ¹⁵	péta	P	1975	1 000 000 000 000 000	Billiard
1 000 ⁴	10 ¹²	téra	T	1960	1 000 000 000 000	Billion ^c
1 000 ³	10 ⁹	giga	G	1960	1 000 000 000	Milliard
1 000 ²	10 ⁶	méga	M	1960	1 000 000	Million
1 000 ¹	10 ³	kilo	k	1795	1 000	Millier
1 000 ^{2/3}	10 ²	hecto	h	1795	100	Centaine
1 000 ^{1/3}	10 ¹	déca	da	1795	10	Dizaine
1 000 ⁰	10 ⁰	(aucun)	—	—	1	Unité
1 000 ^{-1/3}	10 ⁻¹	déci	d	1795	0,1	Dixième
1 000 ^{-2/3}	10 ⁻²	centi	c	1795	0,01	Centième
1 000 ⁻¹	10 ⁻³	milli	m	1795	0,001	Millième
1 000 ⁻²	10 ⁻⁶	micro	μ	1960 d	0,000 001	Millionième
1 000 ⁻³	10 ⁻⁹	nano	n	1960	0,000 000 001	Milliardième ^c
1 000 ⁻⁴	10 ⁻¹²	pico	p	1960	0,000 000 000 001	Billionième

Rapports avec la numération décimale

Numération décimale positionnelle

Partie entière			,	Partie décimale			
Unités simples				1	1	1	1
C	D	U		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$
		3	,	8			
4	0	7	,	0	3		
		0	,	8	0	0	5

Rapports avec la numération décimale

Numération décimale positionnelle

Partie entière			,	Partie décimale			
Unités simples				1	1	1	1
C	D	U		10	100	1000	10000
		3	,	8			
4	0	7	,	0	3		
		0	,	8	0	0	5

Préfixes et suffixes métrique

Les multiples			L'unité	Les sous-multiples		
kilolitre	hectolitre	décalitre	litre	décilitre	centilitre	millilitre
kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
	7	6	0	7	4	1

Rapports avec la numération décimale

Numération décimale positionnelle

Partie entière			,	Partie décimale			
Unités simples				1	1	1	1
C	D	U		10	100	1000	10000
		3	,	8			
4	0	7	,	0	3		
		0	,	8	0	0	5

Préfixes et suffixes métrique

Les multiples			L'unité	Les sous-multiples		
kilolitre	hectolitre	décalitre	litre	décilitre	centilitre	millilitre
kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
	7	6	0	7	4	1

C'est la même structure !

Règles de grammaire

- Les symboles d'unités et de préfixes sont écrits en **romain**
- Ils sont attachés aux symboles d'unités, **sans espace**
- À l'exception de da (déca), h (hecto), et k (kilo), tous les symboles des préfixes des multiples sont en majuscules, et tous les symboles des préfixes des sous-multiples sont en minuscules
- Il y a un **espace** avant les unités sauf pour °, ' et ''

Règles de grammaire

- Les symboles d'unités et de préfixes sont écrits en **romain**
- Ils sont attachés aux symboles d'unités, **sans espace**
- À l'exception de da (déca), h (hecto), et k (kilo), tous les symboles des préfixes des multiples sont en majuscules, et tous les symboles des préfixes des sous-multiples sont en minuscules
- Il y a un **espace** avant les unités sauf pour °, ' et ''

Règles de calcul (cohérence nomenclature/calcul)

- $2,3 \text{ cm}^3 = 2,3 (\text{cm})^3 = 2,3 (10^{-2} \text{ m})^3 = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
- $1 \text{ cm}^{-1} = 1 (\text{cm})^{-1} = 1 (10^{-2} \text{ m})^{-1} = 10^2 \text{ m}^{-1} = 100 \text{ m}^{-1}$
- $1 \text{ V/cm} = (1 \text{ V})/(10^{-2} \text{ m}) = 10^2 \text{ V/m} = 100 \text{ V/m}$
- $5000 \mu\text{s}^{-1} = 5000 (\mu\text{s})^{-1} = 5000 (10^{-6} \text{ s})^{-1} = 5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$

Embûches binaires

Préfixes binaires (publiés par la CEI)

kibi, Ki ; mébi, Mi ; gibi, Gi ; tébi, Ti ; etc.

Exemple : $1 \text{ KiB} = 1024 \text{ B}$, où B désigne l'octet

Bons exercices de conversion, proportionalité, etc.

Embûches binaires

Préfixes binaires (publiés par la CEI)

kibi, Ki ; mébi, Mi ; gibi, Gi ; tébi, Ti ; etc.

Exemple : 1 KiB = 1024 B, où B désigne l'octet

Bons exercices de conversion, proportionnalité, etc.

Attention aux erreurs !

Usuellement les notations du SI sont utilisées ! (les égalités sont formellement fausses : $2^8 = 1024 \simeq 10^3 = 1000$)

- Erreur faible pour les petites capacités mémoires qui s'exprimaient en ko (2,4 %)
- Difficilement tolérable pour les capacités actuelles qui s'expriment en Go (7,4 %), voire en To (10 %)

Embûches binaires

Préfixes binaires (préfixes CEI)

Nom	Symbole	2^{10a} = facteur	a
kibi	Ki	$2^{10} = 1\,024$	1
mébi	Mi	$2^{20} = 1\,048\,576$	2
gibi	Gi	$2^{30} = 1\,073\,741\,824$	3
tébi	Ti	$2^{40} = 1\,099\,511\,627\,776$	4
pébi	Pi	$2^{50} = 1\,125\,899\,906\,842\,624$	5
exbi	Ei	$2^{60} = 1\,152\,921\,504\,606\,846\,976$	6
zébi	Zi	$2^{70} = 1\,180\,591\,620\,717\,411\,303\,424$	7
yobi	Yi	$2^{80} = 1\,208\,925\,819\,614\,629\,174\,706\,176$	8

Préfixes décimaux (préfixes SI)

Nom	Symbole	10^{3a} = facteur	a	Erreur	Erreur inverse
kilo	k	$10^3 = 1\,000$	1	2 %	-2,3%
méga	M	$10^6 = 1\,000\,000$	2	5 %	-4,6%
giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$	3	7 %	-6,9%
téra	T	$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$	4	10 %	-9%
péta	P	$10^{15} = 1\,000\,000\,000\,000\,000$	5	13 %	-11%
exa	E	$10^{18} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000$	6	15 %	-13%
zetta	Z	$10^{21} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$	7	18 %	-15%
yotta	Y	$10^{24} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$	8	21 %	-17%

Didactique et activités

Étapes d'enseignement

Étape 1 : comparer entre objets, développer une notion de la grandeur (sans mesure)

Étapes d'enseignement

Étape 1 : comparer entre objets, développer une notion de la grandeur (sans mesure)

Étape 2 : comparer à une unité de mesure (bandes, étalons, verre, etc.)

Étapes d'enseignement

Étape 1 : comparer entre objets, développer une notion de la grandeur (sans mesure)

Étape 2 : comparer à une unité de mesure (bandes, étalons, verre, etc.)

Étape 3 : introduction des unités officielles, connaître les bonnes unités par grandeur

Étapes d'enseignement

Étape 1 : comparer entre objets, développer une notion de la grandeur (sans mesure)

Étape 2 : comparer à une unité de mesure (bandes, étalons, verre, etc.)

Étape 3 : introduction des unités officielles, connaître les bonnes unités par grandeur

Étape 4 : développer des repères, avoir des ordres de grandeur

Étapes d'enseignement

Étape 1 : comparer entre objets, développer une notion de la grandeur (sans mesure)

Étape 2 : comparer à une unité de mesure (bandes, étalons, verre, etc.)

Étape 3 : introduction des unités officielles, connaître les bonnes unités par grandeur

Étape 4 : développer des repères, avoir des ordres de grandeur

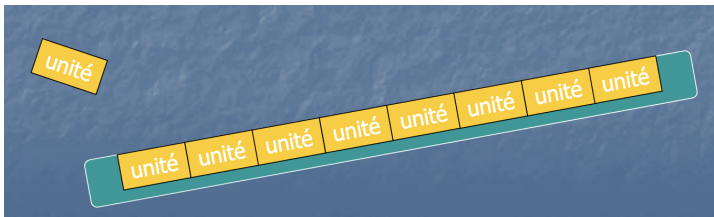
Idées : calcul mental, conversions d'unités

Longueur

1. perception, juxtaposition, recouvrement, plus ou moins longue
2. comparaison à des bandes, encadrements (même avant les décimaux)
3. le mètre
4. ordre de grandeur (faire donner des exemples, participatif, grandeurs du quotidien), travail sur l'estimation à vue

Longueur

1. perception, juxtaposition, recouvrement, plus ou moins longue
2. comparaison à des bandes, encadrements (même avant les décimaux)
3. le mètre
4. ordre de grandeur (faire donner des exemples, participatif, grandeurs du quotidien), travail sur l'estimation à vue



Longueur – ordres de grandeur

- atome 10^{-15} m, molécule 10^{-10} m, bactérie 10^{-6} m
- diamètre d'un cheveu 10^{-4} m
- stylo 10 cm
- hauteur de porte 2 m, de plafond 2,5 m
- bus 10 m
- terrain de football : 100 m
- diamètre de la France : 1000 km
- circonférence de la Terre : 40000 km
- distance Terre-Lune : 400000 km
- distance Terre-Soleil : 10^{11} m

Longueur – ordres de grandeur

- atome 10^{-15} m, molécule 10^{-10} m, bactérie 10^{-6} m
- diamètre d'un cheveu 10^{-4} m
- stylo 10 cm
- hauteur de porte 2 m, de plafond 2,5 m
- bus 10 m
- terrain de football : 100 m
- diamètre de la France : 1000 km
- circonférence de la Terre : 40000 km
- distance Terre-Lune : 400000 km
- distance Terre-Soleil : 10^{11} m

Exercice : Faites une échelle personnelle des ordres de grandeur

1. perception, soupèsement, balance Roberval, balançoires
2. comparaison à un étalon de référence, encadrements
3. le kg
4. ordres de grandeur, travail sur l'estimation à la perception

Masse

1. perception, soupèsement, balance Roberval, balançoires
2. comparaison à un étalon de référence, encadrements
3. le kg
4. ordres de grandeur, travail sur l'estimation à la perception



Masse – ordres de grandeur

- proton 10^{-27} kg
- grain de sable 10^{-5} kg
- feuille de papier 10^{-3} kg
- pièce 10^{-2} kg
- tablette de chocolat 10^{-1} kg
- un litre d'eau 1 kg
- télévision 10 kg
- adulte 70 kg
- voiture 1000 kg
- Titanic 10^7 kg
- Terre 10^{24} kg

Masse – ordres de grandeur

- proton 10^{-27} kg
- grain de sable 10^{-5} kg
- feuille de papier 10^{-3} kg
- pièce 10^{-2} kg
- tablette de chocolat 10^{-1} kg
- un litre d'eau 1 kg
- télévision 10 kg
- adulte 70 kg
- voiture 1000 kg
- Titanic 10^7 kg
- Terre 10^{24} kg

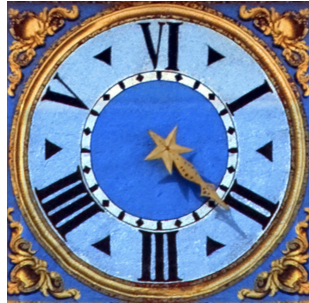
Exercice : Faites une échelle personnelle des ordres de grandeur

Durée

1. perception, comparaison de durées d'événements
2. sablier, déplacement des aiguilles d'horloge (durée)
3. le seconde, l'heure, le jour, etc.
4. ordres de grandeur, travail sur l'estimation

Durée

1. perception, comparaison de durées d'événements
2. sablier, déplacement des aiguilles d'horloge (durée)
3. le seconde, l'heure, le jour, etc.
4. ordres de grandeur, travail sur l'estimation



Durée – ordres de grandeur

- milliseconde : battement aile d'une mouche
- 10^{-2} s : temps de recherche sur un disque dur, ping de connexion ADSL
- 10^{-1} s : clignement d'œil, temps de réaction
- 10^0 s : cycle cardiaque, pendule d'un mètre
- 10^1 s : record du 100 m
- 10^2 s : cuisson de nouilles instantannées
- 10^3 s : 1 heure
- 10^4 s : record sur le trajet Londres-New York
- 10^5 s : 1 jour
- 10^6 s : 1 année

Durée – ordres de grandeur

- milliseconde : battement aile d'une mouche
- 10^{-2} s : temps de recherche sur un disque dur, ping de connexion ADSL
- 10^{-1} s : clignement d'œil, temps de réaction
- 10^0 s : cycle cardiaque, pendule d'un mètre
- 10^1 s : record du 100 m
- 10^2 s : cuisson de nouilles instantannées
- 10^3 s : 1 heure
- 10^4 s : record sur le trajet Londres-New York
- 10^5 s : 1 jour
- 10^6 s : 1 année

Exercice : Faites une échelle personnelle des ordres de grandeur

Merci !

Des questions ?