

La formation en mathématiques

Enseignement, histoire, mathématiques, didactique... et exemples

Didier Lesesvre

- Informations : concours et formation
- Pourquoi enseigner les maths ?
- Programmes et documents officiels
- Notions de didactique
- Typologie des problèmes additifs

Informations

Épreuve

- **Esprit** : disciplinaire
- **Format** : exercices
- **Durée** : 3 heures

Présentation du concours – l'écrit

Épreuve

- **Esprit** : disciplinaire
- **Format** : exercices
- **Durée** : 3 heures

Niveau attendu

- programme de collège
- partie "nombres et calculs" du programme de seconde

Présentation du concours – l'écrit

Épreuve

- **Esprit** : disciplinaire
- **Format** : exercices
- **Durée** : 3 heures

Niveau attendu

- programme de collège
- partie "nombres et calculs" du programme de seconde

Comment s'entraîner ?

- Sujet zéro officiel
- Entraînez-vous : annales CRPE (Copirelem) ou de brevet
- Étudiez avec Sésamath Cycle 4 (libre)

Épreuve

- **Esprit** : didactique, analyse, programmes, disciplinaire
- **Format** : épreuve de leçon
 - Conception et l'animation d'une séance d'enseignement
 - Évaluation sur la maîtrise disciplinaire et la maîtrise pédagogique
 - Sujet situé dans le cursus et dans une année scolaire
 - Dossier d'au plus 4 documents : manuels, programmes, traces écrites, etc.
 - Présentation au jury puis discussion.
- **Durée** : 30 min (prép. 1h, présentation 10-15 min, entretien)

Présentation du concours – l'oral

Épreuve

- **Esprit** : didactique, analyse, programmes, disciplinaire
- **Format** : épreuve de leçon
 - Conception et l'animation d'une séance d'enseignement
 - Évaluation sur la maîtrise disciplinaire et la maîtrise pédagogique
 - Sujet situé dans le cursus et dans une année scolaire
 - Dossier d'au plus 4 documents : manuels, programmes, traces écrites, etc.
 - Présentation au jury puis discussion.
- **Durée** : 30 min (prép. 1h, présentation 10-15 min, entretien)

Niveau attendu

- Programmes de primaire (cycles 1-2-3)

Entraînez-vous

- Entraînez-vous : annales CRPE (Copirelem)
- Étudiez avec des articles d'IREM, des analyses de séquences

Évaluations de l'année

Examen écrit

Évaluations de l'année

Examen écrit

Partie disciplinaire (1h)

- QCM
- Exercices indépendants

Évaluations de l'année

Examen écrit

Partie disciplinaire (1h)

- QCM
- Exercices indépendants

Partie didactique (1h)

- Analyse de situations indépendantes

Évaluations de l'année

Examen écrit

Partie disciplinaire (1h)

- QCM
- Exercices indépendants

Partie didactique (1h)

- Analyse de situations indépendantes

Matériel

- **Documents** : non autorisés
- **Calculatrice** : autorisée ou non (mode examen)
- **Géométrie** : a priori autorisé

Objectifs de la formation

- Former à l'**enseignement des mathématiques** au primaire
- Dans tous ses aspects
 - mathématique
 - didactique
 - historique, social et culturel
- Observer et mettre en pratique (stages)
- Adopter une posture réflexive

Présentation de la formation

- **Deux volets** : disciplinaire et didactique

Présentation de la formation

- **Deux volets** : disciplinaire et didactique
- **4 CM** par semestre (didactique, maths, culture)
- **TD** chaque semaine : groupe-classe fixe pour l'année

Présentation de la formation

- **Deux volets** : disciplinaire et didactique
- **4 CM** par semestre (didactique, maths, culture)
- **TD** chaque semaine : groupe-classe fixe pour l'année
- **Évaluation** : examens écrits semestriels

Pourquoi enseigner les maths ?

Utiles dans la vie pratique

Utiles dans la vie pratique

- Calculer pour le **commerce**
 - transmettre une information efficacement, calculer des totaux (algorithmes, calcul mental, systèmes de numération)
 - réfléchir aux différentes offres : prêts, impôts, abonnements, etc. (pourcentages, moyennes)
 - répartir équitablement des dépenses (proportions)

Utiles dans la vie pratique

- Calculer pour le **commerce**
 - transmettre une information efficacement, calculer des totaux (algorithmes, calcul mental, systèmes de numération)
 - réfléchir aux différentes offres : prêts, impôts, abonnements, etc. (pourcentages, moyennes)
 - répartir équitablement des dépenses (proportions)
- **Mesurer** pour placer des meubles (géométrie)

Utiles dans la vie pratique

- Calculer pour le **commerce**
 - transmettre une information efficacement, calculer des totaux (algorithmes, calcul mental, systèmes de numération)
 - réfléchir aux différentes offres : prêts, impôts, abonnements, etc. (pourcentages, moyennes)
 - répartir équitablement des dépenses (proportions)
- **Mesurer** pour placer des meubles (géométrie)
- **Adapter** des recettes de cuisine (proportions, mesures)

Utiles dans la vie pratique

- Calculer pour le **commerce**
 - transmettre une information efficacement, calculer des totaux (algorithmes, calcul mental, systèmes de numération)
 - réfléchir aux différentes offres : prêts, impôts, abonnements, etc. (pourcentages, moyennes)
 - répartir équitablement des dépenses (proportions)
- **Mesurer** pour placer des meubles (géométrie)
- **Adapter** des recettes de cuisine (proportions, mesures)
- Compréhension des **données**, statistiques et probabilités omniprésentes : presse, finance, épidémiologie, etc.

Utiles dans la vie pratique

- Calculer pour le **commerce**
 - transmettre une information efficacement, calculer des totaux (algorithmes, calcul mental, systèmes de numération)
 - réfléchir aux différentes offres : prêts, impôts, abonnements, etc. (pourcentages, moyennes)
 - répartir équitablement des dépenses (proportions)
- **Mesurer** pour placer des meubles (géométrie)
- **Adapter** des recettes de cuisine (proportions, mesures)
- Compréhension des **données**, statistiques et probabilités omniprésentes : presse, finance, épidémiologie, etc.

Exercice : passez une journée à noter l'importance des maths

- compréhension du nombre
- signification des calculs
- capacité à calculer

Mathématiques

Utiles dans la vie pratique

Commerce

(calcul mental, numération)

PROMO ! PROMO ! PROMO !

MOULES DE BOUCHOT LABEL
ROUGE

AU LIEU DE 9€90 LA
BOURRICHE DE 1,8KG

ÉLEVÉS EN FRANCE

5€90
LA BOURRICHE
DE 1,8 KG



Mathématiques

Utiles dans la vie pratique

Commerce

(calcul mental, numération)

PROMO ! PROMO ! PROMO !

MOULES DE BOUCHOT LABEL
ROUGE

AU LIEU DE 6€90 LA
BOURRICHE DE 1,8KG

ELEVÉS EN FRANCE

5 €90
LA BOURRICHE
DE 1,8 KG

Architecture

(géométrie, mesures)



Mathématiques

Utiles dans la vie pratique

Commerce

(calcul mental, numération)

PROMO ! PROMO ! PROMO !

MOULES DE BOUCHOT LABEL
ROUGE

AU LIEU DE 6€90 LA
BOURRICHE DE 1,8 KG

ELEVÉS EN FRANCE

5 €90
LA BOURRICHE
DE 1,8 KG

Architecture

(géométrie, mesures)



Mathématiques

Recettes

(proportions, mesures)



Utiles dans la vie pratique

Commerce
(calcul mental, numération)

PROMO ! PROMO ! PROMO !

MOULES DE BOUCHOT LABEL
ROUGE

AU LIEU DE 9€90 LA
BOURRICHE DE 1,8KG

ÉLEVÉES EN FRANCE

5€90
LA BOURRICHE
DE 1,8 KG

Architecture
(géométrie, mesures)



Mathématiques

Recettes
(proportions, mesures)



Statistiques
(données, graphiques)



Les maths et moi

Ma date de naissance
codée :

-- / -- / ----

Mon adresse :

Je mesure :

--- centimètres

Mon code postal :

--	--	--	--	--	--

Je pèse :

-- kilogrammes

Je connais le numéro de téléphone de

_____ :

-- / -- / -- / -- / --

Je chausse du :

--

J'ai :

-- frère(s)

-- sœur(s)

-- animaux de compagnie

Je sais compter jusque :

Indispensable aux autres sciences

Indispensable aux autres sciences

- **Modélisation** du monde et des phénomènes

Indispensable aux autres sciences

- **Modélisation** du monde et des phénomènes
- Historiquement : arpentage, architecture, astronomie, comptabilité, navigation, artillerie, cartographie, etc.

Indispensable aux autres sciences

- **Modélisation** du monde et des phénomènes
- Historiquement : arpentage, architecture, astronomie, comptabilité, navigation, artillerie, cartographie, etc.
- **Physique** (calcul différentiel et intégral) : mécanique, électromagnétisme, optique, ...

Indispensable aux autres sciences

- **Modélisation** du monde et des phénomènes
- Historiquement : arpentage, architecture, astronomie, comptabilité, navigation, artillerie, cartographie, etc.
- **Physique** (calcul différentiel et intégral) : mécanique, électromagnétisme, optique, ...
- **Informatique** (logique, mathématiques discrètes, preuves d'algorithmes, complexité)
 - traitement d'images, intelligence artificielle, apprentissage
 - cryptographie (arithmétique, théorie des nombres)

Indispensable aux autres sciences

- **Modélisation** du monde et des phénomènes
- Historiquement : arpentage, architecture, astronomie, comptabilité, navigation, artillerie, cartographie, etc.
- **Physique** (calcul différentiel et intégral) : mécanique, électromagnétisme, optique, ...
- **Informatique** (logique, mathématiques discrètes, preuves d'algorithmes, complexité)
 - traitement d'images, intelligence artificielle, apprentissage
 - cryptographie (arithmétique, théorie des nombres)
- **Dynamique** (modèles d'évolution : épidémiologie, finance)

Indispensable aux autres sciences

- **Modélisation** du monde et des phénomènes
- Historiquement : arpentage, architecture, astronomie, comptabilité, navigation, artillerie, cartographie, etc.
- **Physique** (calcul différentiel et intégral) : mécanique, électromagnétisme, optique, ...
- **Informatique** (logique, mathématiques discrètes, preuves d'algorithmes, complexité)
 - traitement d'images, intelligence artificielle, apprentissage
 - cryptographie (arithmétique, théorie des nombres)
- **Dynamique** (modèles d'évolution : épidémiologie, finance)
- **Ingénieurs, statisticiens, techniciens**, etc.

Indispensable aux autres sciences

- **Modélisation** du monde et des phénomènes
- Historiquement : arpentage, architecture, astronomie, comptabilité, navigation, artillerie, cartographie, etc.
- **Physique** (calcul différentiel et intégral) : mécanique, électromagnétisme, optique, ...
- **Informatique** (logique, mathématiques discrètes, preuves d'algorithmes, complexité)
 - traitement d'images, intelligence artificielle, apprentissage
 - cryptographie (arithmétique, théorie des nombres)
- **Dynamique** (modèles d'évolution : épidémiologie, finance)
- **Ingénieurs, statisticiens, techniciens**, etc.
- 15% du PIB, 10% des emplois

Mathématiques

Indispensable aux autres sciences

Cartographie
(géométrie, mesures)



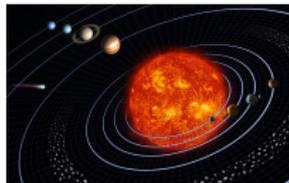
Mathématiques

Indispensable aux autres sciences

Cartographie
(géométrie, mesures)



Physique
(dérivées, intégrales)



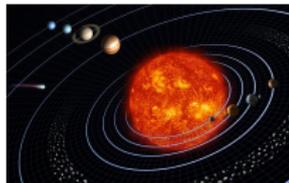
Mathématiques

Indispensable aux autres sciences

Cartographie
(géométrie, mesures)



Physique
(dérivées, intégrales)



Mathématiques

Informatique
(logique, preuves, complexité)

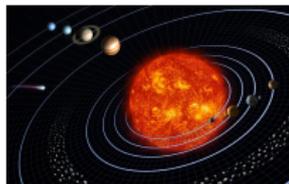


Indispensable aux autres sciences

Cartographie
(géométrie, mesures)



Physique
(dérivées, intégrales)

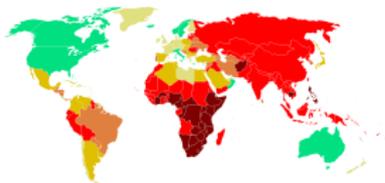


Mathématiques

Informatique
(logique, preuves, complexité)



Dynamique
(modélisation, dérivées)



- Science du **raisonnement**, logique mathématique
 - armes contre les arguments fallacieux (fausses causalité, conclusions décorréliées des arguments, rhétorique du pathos, arguments d'autorité, etc.)

Formation de l'esprit

- Science du **raisonnement**, logique mathématique
 - armes contre les arguments fallacieux (fausses causalité, conclusions décorréliées des arguments, rhétorique du pathos, arguments d'autorité, etc.)
- Science de la résolution de problèmes, **attitude de réflexion**
 - autonomie de questionner et répondre par soi-même

Formation de l'esprit

- Science du **raisonnement**, logique mathématique
 - armes contre les arguments fallacieux (fausses causalité, conclusions décorréliées des arguments, rhétorique du pathos, arguments d'autorité, etc.)
- Science de la résolution de problèmes, **attitude de réflexion**
 - autonomie de questionner et répondre par soi-même
- Capacité à comprendre les **données**
 - les investissements en science augmentent et les suicides aussi
 - trois fromages à 8,50€ alors que chacun est à 2,80€
 - arguments d'autorité

Formation de l'esprit

- Science du **raisonnement**, logique mathématique
 - armes contre les arguments fallacieux (fausses causalité, conclusions décorréliées des arguments, rhétorique du pathos, arguments d'autorité, etc.)
- Science de la résolution de problèmes, **attitude de réflexion**
 - autonomie de questionner et répondre par soi-même
- Capacité à comprendre les **données**
 - les investissements en science augmentent et les suicides aussi
 - trois fromages à 8,50€ alors que chacun est à 2,80€
 - arguments d'autorité
- Formation de l'**esprit critique** et à l'**autonomie** de pensée

Une place privilégiée en France

Une place privilégiée en France

- Création des **lycées** sous Napoléon en 1802, avec une forte place aux mathématiques
- **Outil de sélection** de certaines élites (écoles militaires, notamment et grand corps de l'État)

Une place privilégiée en France

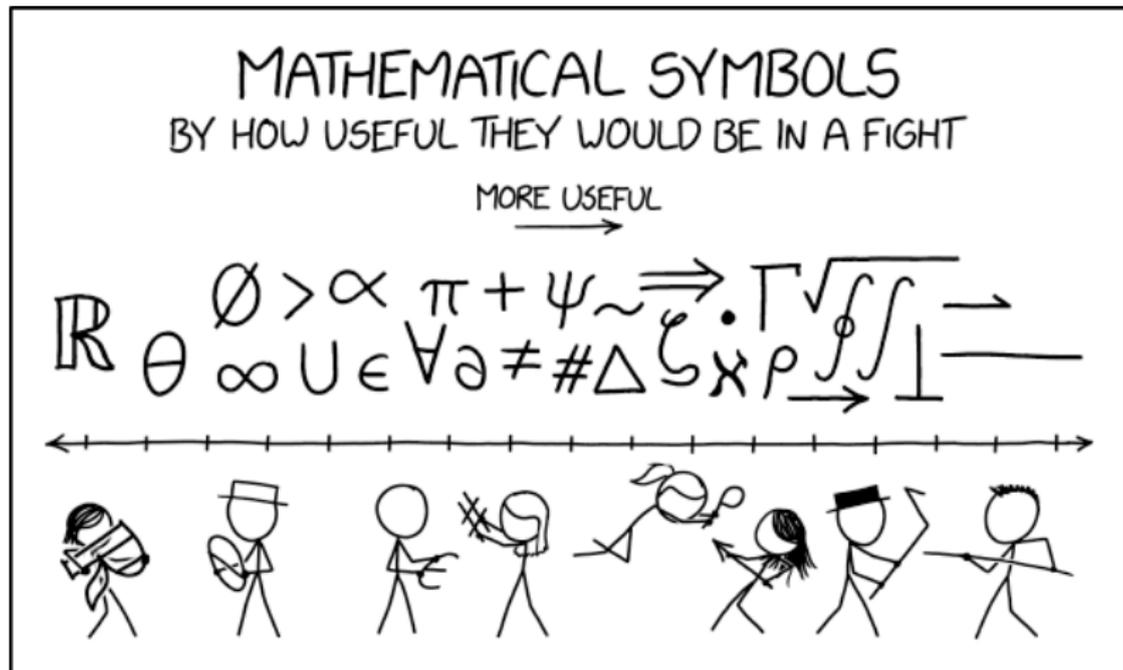
- Création des **lycées** sous Napoléon en 1802, avec une forte place aux mathématiques
- **Outil de sélection** de certaines élites (écoles militaires, notamment et grand corps de l'État)
- **Réforme de 1902**, accordant le même rang que les lettres, tiré par le cadre des classes préparatoires
- **Modernisation**, économie, besoin d'ingénieurs et techniciens
- Allongement des études (**loi Haby 1975**, collège unique) : maths enseignées non plus seulement pour savoir compter, mais aussi pour préparer aux maths du secondaire

Une place privilégiée en France

- Création des **lycées** sous Napoléon en 1802, avec une forte place aux mathématiques
- **Outil de sélection** de certaines élites (écoles militaires, notamment et grand corps de l'État)
- **Réforme de 1902**, accordant le même rang que les lettres, tiré par le cadre des classes préparatoires
- **Modernisation**, économie, besoin d'ingénieurs et techniciens
- Allongement des études (**loi Haby 1975**, collège unique) : maths enseignées non plus seulement pour savoir compter, mais aussi pour préparer aux maths du secondaire

Référence : Ehrardt et d'Enfert, *Apprendre les maths, à quoi ça sert ?*

Des utilités insoupçonnées



Les programmes

et autres documents officiels

Esprit général : "La **résolution de problèmes** est une activité transversale aux différents domaines des mathématiques mais également aux autres disciplines.

Au delà de l'acquisition de savoir disciplinaires, elle participe à la formation du citoyen en conduisant l'élève à construire sa réflexion tout en la justifiant : débattre, argumenter rationnellement, émettre des conjectures et des réfutations simples, s'interroger sur les objets de la connaissance, commencer à résoudre des problèmes notamment en mathématiques en formulant et en justifiant ses choix développent le jugement et la confiance en soi."

Structure **cyclique** de l'enseignement

- Cycle 1 (maternelle) : PS-MS -GS
- Cycle 2 (consolidation) : CP-CE1-CE2
- Cycle 3 (approfondissement) : CM1-CM2-6^e
- Cycle 4 (collège) : 5-4-3^e

Structure **cyclique** de l'enseignement

- Cycle 1 (maternelle) : PS-MS -GS
- Cycle 2 (consolidation) : CP-CE1-CE2
- Cycle 3 (approfondissement) : CM1-CM2-6^e
- Cycle 4 (collège) : 5-4-3^e

Deux caractéristiques

- Progression au sein des cycles
- Structure d'enseignement **en spirale**

Nombres et calculs

La connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes.

Des résolutions de problèmes contextualisés : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.). Ces actions portent sur des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ; le travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division). Le choix des applications ou exemples de contextualisation proposés aux élèves en mathématiques est propice à une découverte des problématiques de protection de l'environnement et de la biodiversité.

L'étude de relations internes aux nombres : comprendre que le successeur d'un nombre entier c est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, comparer, ranger, itérer une suite $(+1, +10, +n)$, etc.

L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites : nom du nombre ; écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position) ; double de, moitié de, somme de, produit de ; différence de, quotient et reste de ; écritures en ligne additives/soustractives, multiplicatives, mixtes, en unités de numération, etc.

L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc.

Une bonne connaissance des nombres inférieurs à mille et de leurs relations est le fondement de la compréhension des nombres entiers et ce champ numérique est privilégié pour la construction de stratégies de calcul et la résolution des premiers problèmes arithmétiques.

Attendus de fin de cycle

- Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.
- Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers.
- Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.
- Calculer avec des nombres entiers.

Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer

- Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant, notamment par des groupements par dizaines, centaines et milliers
 - désignation du nombre d'éléments de diverses façons : écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle ;
 - utilisation de ces diverses désignations pour comparer des collections.
- Repérer un rang ou une position dans une file ou sur une piste.
 - Faire le lien entre le rang dans une liste et le nombre d'éléments qui le précèdent :
 - relation entre ordinaux et cardinaux.
- Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres entiers, en utilisant les symboles =, <, > ;
 - égalité traduisant l'équivalence de deux désignations du même nombre :

Les programmes assurent l'acquisition des connaissances et des compétences fondamentales. Ils déclinent et précisent les objectifs des cycles.

- enjeux et objectifs
- niveau attendu
- connaissances et compétences à acquérir

Ce document complète les programmes et précise les niveaux de maîtrise attendus à la fin de chaque classe, en donnant des exemples de types de problèmes qui doivent être maîtrisés.

ANNEXE 4 : MATHÉMATIQUES

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE DE CE1

NOMBRES ET CALCULS

Ce que sait faire l'élève	Type d'exercice	Exemple d'énoncé	Indication générale
---------------------------	-----------------	------------------	---------------------

Comprendre et utiliser des nombres entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer

Pour des nombres inférieurs ou égaux à 1 000

Ce que sait faire l'élève

- Il dénombre des collections en les organisant.
- Il comprend la notion de centaine.
- Il compare, encadre, intercale des nombres entiers en utilisant les symboles ($<$, $>$, $=$).
- Il ordonne des nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.
- Il comprend et sait utiliser les expressions égal à, supérieur à, inférieur à.
- Il place des nombres sur un axe ou nomme le nombre identifié sur un axe.
- Il repère un rang ou une position dans une file ou dans une liste d'objets ou de personnes, le nombre d'objets ou de personnes étant inférieur à 1 000.
- Il fait le lien entre le rang dans une liste et le nombre d'éléments qui le précèdent pour des nombres inférieurs à 1 000.
- Il différencie le chiffre des centaines, le chiffre des dizaines et le chiffre des unités.

Exemples de réussite

- À partir d'un cardinal donné, et en utilisant du matériel adapté (par exemples, unités, barres de 10, plaques de 100), il constitue des collections ayant ce cardinal.
- Pour un nombre entre 1 et 985, il est capable à l'oral et sans étayage, de donner dans l'ordre les 15 nombres qui suivent.
- Pour un nombre entre 15 et 1 000, il est capable à l'écrit et sans étayage, de donner dans l'ordre les 15 nombres qui précèdent.
- Il ordonne un ensemble de 10 nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.
- Il donne à l'oral comme à l'écrit le nombre qui suit et le nombre qui précède un nombre donné entre 1 et 999.
- Sur une frise numérique ou sur une demi-droite graduée incomplète, il intercale et positionne des nombres.
- Deux collections étant données, il comprend le sens de la question : « dans laquelle y-a-t-il le plus d'éléments ? ».
- Lors d'une course en EPS, par exemple, il classe les coureurs, se situe et situe les autres par rapport à lui.
- Il sait dire qu'il y a 198 coureurs arrivés avant le 199^e.
- Pour un nombre donné, il donne à l'oral ou à l'écrit le chiffre des unités, le chiffre des dizaines et/ou le chiffre des centaines.

Repères de progressivité

ANNEXE 20 : MATHÉMATIQUES

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 2

NOMBRES ET CALCULS		
<i>Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progression identifiés pour chaque niveau</i>		
Nombres		
CP	CE1	CE2
<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent le travail mené à l'école maternelle. Ils dénombrent des collections en utilisant les nombres entiers. Ils utilisent ces nombres pour comparer des collections et apprennent à les ordonner. Ils repèrent les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre.</p> <p>Ils décomposent et recomposent quotidiennement des collections pour automatiser progressivement les relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20.</p> <p>Par exemple, 10, c'est 7 plus 3, mais aussi 9 plus 1.</p> <p>Dès la période 2, ils réalisent des groupements par 10. Ils s'exercent à échanger 10 unités pour une dizaine, et inversement.</p> <p>Le travail de groupements par 10 permet d'aborder rapidement les nombres supérieurs à 20 (jusqu'à 60 au moins) pour travailler sur les aspects positionnel et décimal de la numération écrite.</p> <p>Les nombres jusqu'à 100 sont introduits suffisamment tôt (en période 4 au plus tard) pour pouvoir être maîtrisés à la fin du CP.</p> <p>Dès le début de l'année, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100. La désignation orale des nombres est démarrée en période 3 : « 53, c'est 5 dizaines et 3 unités ; c'est (5 fois 10) et (3 fois 1) ».</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines.</p> <p>La connaissance des nombres jusqu'à 100 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.</p> <p>Ils apprennent à multiplier par 10 pour mieux construire mentalement la numération décimale.</p> <p>Ils consolident (réduction du nombre d'erreurs) et optimisent (rapidité accrue du calcul) l'automatisation des relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20.</p> <p>Le travail d'automatisation des compléments à 10 se poursuit.</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers.</p> <p>Parallèlement, la connaissance des nombres jusqu'à 1 000 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.</p> <p>Ils consolident leur connaissance de la multiplication par 10 et apprennent à multiplier par 100.</p>



Ministère
POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Ce document est une autre grille de lecture des programmes, proposant l'évolution de chaque notion au sein d'un cycle, année par année

Les documents d'accompagnement

Un guide fondé
sur l'état de
la recherche

Pour
enseigner
les nombres
le calcul et
la résolution
de problèmes
au CP

04 ... Résolution de problèmes et modélisation

L'exemple suivant ³⁶ illustre la progressivité, au niveau de la maternelle et au CP :

« Au supermarché, j'ai acheté 4 pommes rouges et 2 pommes vertes. Combien ai-je de pommes dans mon panier ? »

MODE SENSORI-MOTILE ³⁶	Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité :	Manipulation d'objets tangibles figuratifs :
		
MODE IMAGE	Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité :	• Représentation avec un schéma :  • Représentation pré-symbolique (schémas en barres + écriture épigraphique) :
		
MODE SYMBOLIQUE	Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$	

Figure 28. Progression des représentations.

La représentation pré-symbolique proposée par l'enseignant, sous forme de rectangles dans lesquels sont inscrites les valeurs numériques de l'énoncé ³⁷ ont une portée plus vaste qui sera décrite dans le paragraphe intitulé « Problèmes arithmétiques au CP et au cycle 2 : la modélisation pour aider à résoudre des problèmes », p. 88, relatif à la modélisation.

L'écriture mathématique, qui traduit de manière symbolique la situation rencontrée, s'introduit progressivement (cf. chapitre 2).

³⁶ – Cet exemple est présenté dans Mollat – La Méthode de Singapour, guides pédagogiques CP et CE1, Mélanie Neugny, La Librairie des Écoles, 2017.

³⁷ – Jerome Bruner, dans The Relevance of Education (1973), analyse les formes respectives « mode dessiné », « mode imagé » et « mode symbolique ».

³⁸ – Le respect d'une proportion relative entre la longueur des rectangles

Ressources

- EduScol
- IREM
- ARPEME
- APMEP
- académies

Trois grands thèmes

- Nombres et calculs
- Grandeurs et mesures
- Espace et géométrie

Compétences et activités transversales

Compétences et activités transversales

- **TICE** (Techno. de l'Info. et de la Com. pour l'Ens.)
 - programmation et algorithmique (Scratch, Logo, etc.)
 - logiciels (GeoGebra, etc.)
 - tableur (Excel, etc.)
 - tableaux blancs interactifs

Compétences et activités transversales

- **TICE** (Techno. de l'Info. et de la Com. pour l'Ens.)
 - programmation et algorithmique (Scratch, Logo, etc.)
 - logiciels (GeoGebra, etc.)
 - tableur (Excel, etc.)
 - tableaux blancs interactifs
- **Résolution de problèmes**

Quelques notions de didactique

Qu'est-ce que la didactique ?

Qu'est-ce que la didactique ?

Didactique : la science de la transmission des savoirs

- \neq épistémologie (étude des sciences, théories des savoirs)
- \neq pédagogie (conditions d'apprentissage, générale)

Qu'est-ce que la didactique ?

Didactique : la science de la transmission des savoirs

- \neq épistémologie (étude des sciences, théories des savoirs)
- \neq pédagogie (conditions d'apprentissage, générale)

"Les objets d'étude de la didactique des mathématiques sont formés à partir de tout ce qui concerne les processus de transmission et d'acquisition des connaissances relatives au domaine spécifique des mathématiques" (A. Robert)

Qu'est-ce que la didactique ?

Didactique : la science de la transmission des savoirs

- \neq épistémologie (étude des sciences, théories des savoirs)
- \neq pédagogie (conditions d'apprentissage, générale)

"Les objets d'étude de la didactique des mathématiques sont formés à partir de tout ce qui concerne les processus de transmission et d'acquisition des connaissances relatives au domaine spécifique des mathématiques" (A. Robert)

Objectif ultime : « Quel est "le" bon problème en vue de l'enseignement d'une notion donnée ? » (Brousseau)

« Mettre en relation l'analyse du savoir mathématique, un développement possible de l'élève et une organisation possible du travail de l'élève pour apprendre, une organisation de l'étude. »

Perrin-Glorian

« Mettre en relation l'analyse du savoir mathématique, un développement possible de l'élève et une organisation possible du travail de l'élève pour apprendre, une organisation de l'étude. »

Perrin-Glorian

« Elle s'intéresse à la production, à la diffusion et à l'apprentissage des connaissances ainsi qu'aux institutions et aux activités qui les facilitent. »

Brousseau

Organiser les apprentissages

1. Une école qui s'adapte aux jeunes enfants

L'enfant qui entre pour la première fois à l'école maternelle possède déjà des savoir-faire, des connaissances et des représentations du monde ; dans sa famille et dans les divers lieux d'accueil qu'il a fréquentés, il a développé des habitudes, réalisé des expériences et des apprentissages que l'école prend en compte.

2. Une école qui organise des modalités spécifiques d'apprentissage

2.1. Apprendre en jouant

2.2. Apprendre en réfléchissant et en résolvant des problèmes concrets

Pour provoquer la réflexion des enfants, l'enseignant les met face à des problèmes à leur portée. Quels que soient le domaine d'apprentissage et le moment de vie de classe, il cible des situations, pose des questions ouvertes pour lesquelles les enfants n'ont pas de réponse directement disponible. Mentalement, ils recourent

Un outil professionnel

Un outil professionnel

La didactique des mathématiques fournit des outils pour :

- identifier et d'analyser des **situations d'enseignement**
- analyser des **productions des élèves** : décrire leurs méthodes, identifier leurs connaissances, comprendre leurs erreurs, etc.
- **construire** des situations d'apprentissage et les réaliser

Un outil professionnel

La didactique des mathématiques fournit des outils pour :

- identifier et d'analyser des **situations d'enseignement**
- analyser des **productions des élèves** : décrire leurs méthodes, identifier leurs connaissances, comprendre leurs erreurs, etc.
- **construire** des situations d'apprentissage et les réaliser

Sources sur lesquelles faire des analyses didactiques :

- documents officiels, programmes
- livres du maître, manuels
- production d'élèves, brouillons, évaluations

Un outil professionnel

La didactique des mathématiques fournit des outils pour :

- identifier et d'analyser des **situations d'enseignement**
- analyser des **productions des élèves** : décrire leurs méthodes, identifier leurs connaissances, comprendre leurs erreurs, etc.
- **construire** des situations d'apprentissage et les réaliser

Sources sur lesquelles faire des analyses didactiques :

- documents officiels, programmes
- livres du maître, manuels
- production d'élèves, brouillons, évaluations

Aucun document n'est parfait : restez critiques !

Quelques notions didactiques

« La connaissance périt par l'ignorance du nom »

Définition : Un élément de la situation qui peut être modifiée par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solution (par le coût, la validité, la complexité)

Définition : Un élément de la situation qui peut être modifiée par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solution (par le coût, la validité, la complexité)

Toujours lister des variables didactiques lors des analyses

Définition : Un élément de la situation qui peut être modifiée par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solution (par le coût, la validité, la complexité)

Toujours lister des variables didactiques lors des analyses

- **procédures** susceptibles d'être mises en œuvre
- éléments pour apprécier une **démarche** pédagogique
- prévoir les **conditions d'utilisation** du document
- **interprétation** des productions d'élèves

Variable didactique – exemple

Vérifie et complète l'égalité.

Picbille calcule $6 + 3$.

Six plus trois...



$6 + 3 = \dots\dots\dots$

A

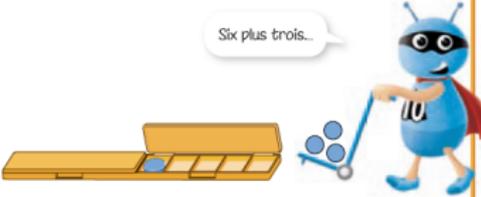
- les valeurs choisies permettent le **sur-comptage** (l'élève peut se dire 7, 8, 9 (en synchronisant avec 1, 2, 3 dans sa tête ou et avec ses doigts : d'où le nom de sur-comptage))

Variable didactique – exemple

Vérifie et complète l'égalité.

Picbille calcule $6 + 3$.

Six plus trois...



$6 + 3 = \dots\dots\dots$

A

- les valeurs choisies permettent le **sur-comptage** (l'élève peut se dire 7, 8, 9 (en synchronisant avec 1, 2, 3 dans sa tête ou et avec ses doigts : d'où le nom de sur-comptage))
- la représentation permet la **visualisation**

Variable didactique – exemple

Vérifie et complète l'égalité.

Picbille calcule $6 + 3$.

Six plus trois...



$6 + 3 = \dots\dots\dots$

A

- les valeurs choisies permettent le **sur-comptage** (l'élève peut se dire 7, 8, 9 (en synchronisant avec 1, 2, 3 dans sa tête ou et avec ses doigts : d'où le nom de sur-comptage))
- la représentation permet la **visualisation**

Dans le problème « Picbille calcule $59 + 27$ », le sur-comptage devient une procédure coûteuse et sera alors mis en concurrence avec d'autres stratégies, qui finiront par prévaloir à cause du coût élevé de la première.

Variable didactique – exemple

Vérifie et complète l'égalité.
Picbille calcule $6 + 3$.

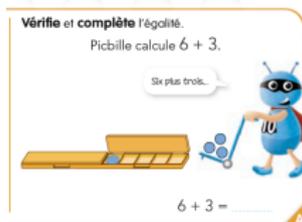
Six plus trois...



$6 + 3 = \dots$

Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

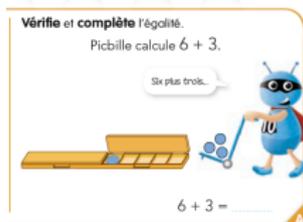
Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)

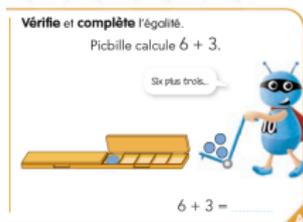
Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)
- taille de l'ajout (avec 2 on peut surcompter, pas avec 27)

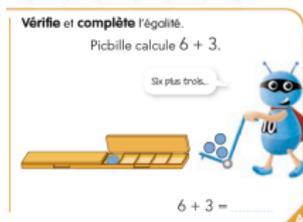
Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)
- taille de l'ajout (avec 2 on peut surcompter, pas avec 27)
- gagner ou perdre (soustraction plus difficile à comprendre)

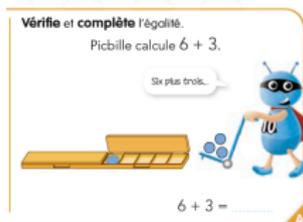
Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)
- taille de l'ajout (avec 2 on peut surcompter, pas avec 27)
- gagner ou perdre (soustraction plus difficile à comprendre)
- formulation et choix des mots (« calcule » ou « gagne »)

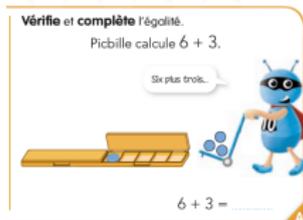
Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)
- taille de l'ajout (avec 2 on peut surcompter, pas avec 27)
- gagner ou perdre (soustraction plus difficile à comprendre)
- formulation et choix des mots (« calcule » ou « gagne »)
- nature des nombres (entiers, décimaux, fractions, etc.)

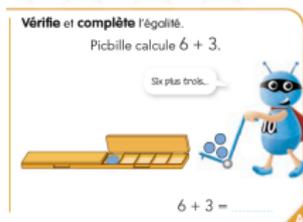
Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)
- taille de l'ajout (avec 2 on peut surcompter, pas avec 27)
- gagner ou perdre (soustraction plus difficile à comprendre)
- formulation et choix des mots (« calcule » ou « gagne »)
- nature des nombres (entiers, décimaux, fractions, etc.)
- manipulation possible (accès aux boîtes, aux jetons, etc.)

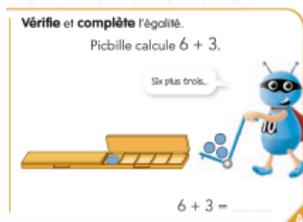
Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)
- taille de l'ajout (avec 2 on peut surcompter, pas avec 27)
- gagner ou perdre (soustraction plus difficile à comprendre)
- formulation et choix des mots (« calcule » ou « gagne »)
- nature des nombres (entiers, décimaux, fractions, etc.)
- manipulation possible (accès aux boîtes, aux jetons, etc.)
- instruments disponibles (calculatrice, feuille, billes)

Variable didactique – exemple



Variables possibles dans cet exemple (ou la variante $59+27$)

- taille des nombres (59 empêche de compter sur ses doigts, 13975 serait difficile à comprendre)
- taille de l'ajout (avec 2 on peut surcompter, pas avec 27)
- gagner ou perdre (soustraction plus difficile à comprendre)
- formulation et choix des mots (« calcule » ou « gagne »)
- nature des nombres (entiers, décimaux, fractions, etc.)
- manipulation possible (accès aux boîtes, aux jetons, etc.)
- instruments disponibles (calculatrice, feuille, billes)
- temps disponible

Contrat didactique : C'est l'ensemble des obligations réciproques que chaque partenaire de la situation didactique impose ou croit imposer, explicitement ou implicitement, aux autres, et celles qu'on lui impose ou qu'il croit qu'on lui impose, à propos de la connaissance en cause

Le contrat didactique résulte d'une « négociation » (implicite)

Contrat didactique : C'est l'ensemble des obligations réciproques que chaque partenaire de la situation didactique impose ou croit imposer, explicitement ou implicitement, aux autres, et celles qu'on lui impose ou qu'il croit qu'on lui impose, à propos de la connaissance en cause

Le contrat didactique résulte d'une « négociation » (implicite)

Exemples typiques

- Un exercice possède toujours une solution, et une seulement
- Toutes les données de l'énoncé doivent être utilisées
- Un problème fait appel à des notions récemment étudiées

Contrat didactique : conventions implicites

« Il n'y avait pas qu'un moutonNE, il y avait plusieurs moutonSS »



Contrat didactique – exemple

Dans le problème suivant (Retz, Livre du maître, CE1)

2 Ali a trouvé **6** escargots sur la salade,
2 sur le mur et **1** derrière l'arrosoir.
**Combien d'escargots a-t-il trouvés
en tout ?**



Il a trouvé escargots.

On pourrait avoir l'impression que le dessin représente fidèlement l'énoncé, et répondre 8 plutôt que 9

Contrat didactique – exemple

"Il y a 18 rames sur le bateau et les marins ont apporté 9 barriques de vin. Quel est l'âge du capitaine?"

Contrat didactique – exemple

"Il y a 18 rames sur le bateau et les marins ont apporté 9 barriques de vin. Quel est l'âge du capitaine?"

Réponse de l'élève : 27

"Il y a 18 rames sur le bateau et les marins ont apporté 9 barriques de vin. Quel est l'âge du capitaine?"

Réponse de l'élève : 27

Biais du contrat didactique

- il existe une et une seule réponse
- toutes les données de l'énoncé servent à trouver cette réponse
- il faut utiliser les outils du moment (l'addition)

Constructivisme (radical) : Le constructivisme radical est une théorie pédagogique qui affirme que l'élève ne s'approprie que les connaissances qu'il produit lui-même.

Constructivisme (radical) : Le constructivisme radical est une théorie pédagogique qui affirme que l'élève ne s'approprié que les connaissances qu'il produit lui-même.

Elle assure donc en d'autres termes que, sans autre intervention que le choix des situations appropriées, les élèves peuvent produire, par une construction autonome, des connaissances équivalentes à celles que la société veut leur enseigner. (Brousseau)

Constructivisme (radical) : Le constructivisme radical est une théorie pédagogique qui affirme que l'élève ne s'approprie que les connaissances qu'il produit lui-même.

Elle assure donc en d'autres termes que, sans autre intervention que le choix des situations appropriées, les élèves peuvent produire, par une construction autonome, des connaissances équivalentes à celles que la société veut leur enseigner. (Brousseau)

C'est une **théorie** parmi d'autres, elle postule notamment la nécessité de l'investissement actif de l'élève dans cette construction du savoir.

Théorème en acte : « théorème cru par un élève »

Théorème en acte

Théorème en acte : « théorème cru par un élève »

Un **obstacle** important : la conception erronée va produire des réponses adaptées dans des contextes fréquemment rencontrés, mais résistera aux contre-exemples

Théorème en acte : « théorème cru par un élève »

Un **obstacle** important : la conception erronée va produire des réponses adaptées dans des contextes fréquemment rencontrés, mais résistera aux contre-exemples

Exemples à tous les niveaux

- un nombre a toujours un successeur (faux pour décimaux)

Théorème en acte : « théorème cru par un élève »

Un **obstacle** important : la conception erronée va produire des réponses adaptées dans des contextes fréquemment rencontrés, mais résistera aux contre-exemples

Exemples à tous les niveaux

- un nombre a toujours un successeur (faux pour décimaux)
- le carré d'un nombre est toujours plus grand (faux pour $1/2$)

Théorème en acte : « théorème cru par un élève »

Un **obstacle** important : la conception erronée va produire des réponses adaptées dans des contextes fréquemment rencontrés, mais résistera aux contre-exemples

Exemples à tous les niveaux

- un nombre a toujours un successeur (faux pour décimaux)
- le carré d'un nombre est toujours plus grand (faux pour $1/2$)
- un carré est toujours positif (faux pour les complexes)

Théorème en acte : « théorème cru par un élève »

Un **obstacle** important : la conception erronée va produire des réponses adaptées dans des contextes fréquemment rencontrés, mais résistera aux contre-exemples

Exemples à tous les niveaux

- un nombre a toujours un successeur (faux pour décimaux)
- le carré d'un nombre est toujours plus grand (faux pour $1/2$)
- un carré est toujours positif (faux pour les complexes)
- la somme des angles d'un triangle est 180° (faux sur la sphère)

Théorème en acte : un désapprentissage difficile

« Tu dois désapprendre ce que tu as appris »



Typologie des problèmes additifs

Il est fondamental d'avoir en tête les « types » de problèmes. On peut synthétiser leur variété en les classifiant, en fournissant une typologie, une cartographie.

Il est fondamental d'avoir en tête les « types » de problèmes. On peut synthétiser leur variété en les classifiant, en fournissant une typologie, une cartographie.

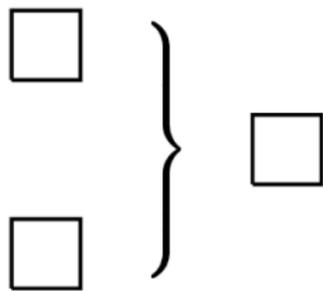
- grille de lecture et de repérage
- appréhender de manière exhaustive les problèmes à proposer

Il est fondamental d'avoir en tête les « types » de problèmes. On peut synthétiser leur variété en les classifiant, en fournissant une typologie, une cartographie.

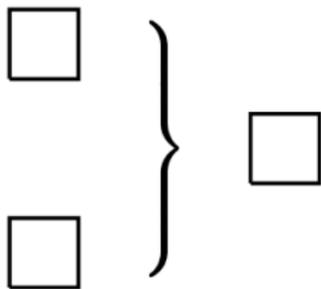
- grille de lecture et de repérage
- appréhender de manière exhaustive les problèmes à proposer

On expose la typologie des problèmes additifs de **Vergnaud**

Composition d'états



Composition d'états

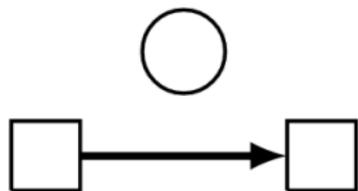


L'écureuil compte $7 + 5$

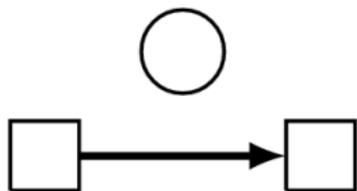


Vérifie et complète : $7 + 5 = \dots\dots\dots$

Transformation d'états



Transformation d'états



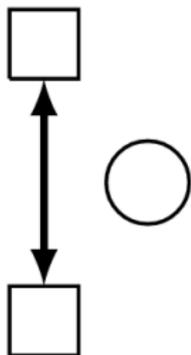
Complète.



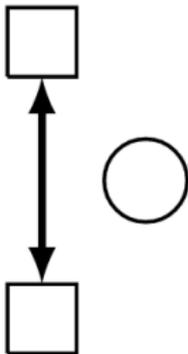
J'ai 3 jetons dans la boîte.
Imagine ce que je vois.
Combien faut-il en ajouter
pour faire 10 ?



Comparaison d'états



Comparaison d'états

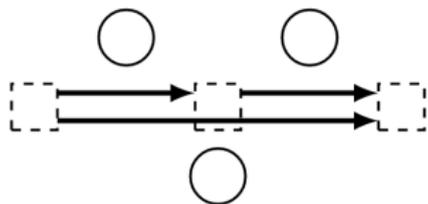


Observe et tu vas apprendre à utiliser les signes $>$ (plus grand que) et $<$ (plus petit que).
Le crocodile mange des poissons. Il choisit toujours le plus grand nombre de poissons.

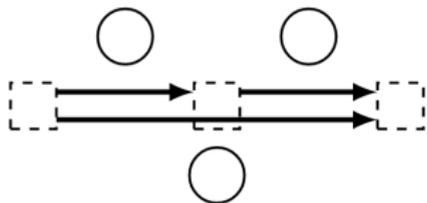
	Que vais-je manger ?	
		
7		$4 + 4$

	Que vais-je manger ?	
		
$7 + 4$		10

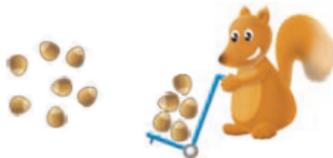
Composition de transformations



Composition de transformations



L'écureuil compte $7 + 5$



Vérifie et complète : $7 + 5 = \dots\dots\dots$

Des **grilles de lecture** pour de nombreuses situations :

- problèmes multiplicatifs
- mesurages de longueurs
- constructions géométriques
- résolution de problèmes
- etc.

Merci !

Des questions ?